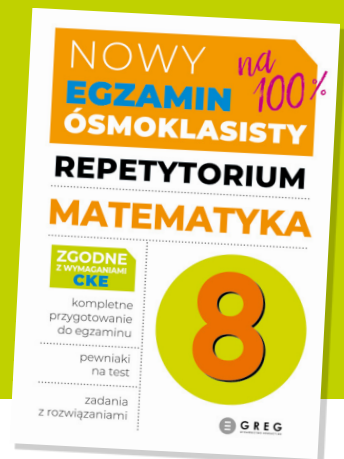


NOWY EGZAMIN ÓSMOKLASISTY

na 100%

REPETYTORIUM MATEMATYKA

GREG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE



ROZWIĄZANIA

Liczby naturalne, liczby całkowite

CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 1. (0–1)

Firma przesyłkowa *Wielpak* korzysta z paczkomatów do samodzielnego nadawania i odbierania przesyłek przez klientów. Maksymalne wymiary prostopadłościennej paczki, którą można nadać za pośrednictwem tej firmy, wynoszą $38 \text{ cm} \times 41 \text{ cm} \times 64 \text{ cm}$, a masa przesyłki nie może być większa niż 25 kg.

W tabeli zapisano wymiary i masę czterech paczek.

Nr paczki	Wymiary	Masa
1	$37 \text{ cm} \times 41 \text{ cm} \times 66 \text{ cm}$	23 kg
2	$38 \text{ cm} \times 38 \text{ cm} \times 59 \text{ cm}$	25 kg
3	$35 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 64 \text{ cm}$	26 kg
4	$26 \text{ cm} \times 39 \text{ cm} \times 63 \text{ cm}$	22 kg

Które z tych paczek mogą być nadane przez paczkomat tej firmy? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. Tylko 1, 2 i 4. B. Tylko 2 i 3. C. Tylko 3 i 4. D. Tylko 2 i 4. E. Tylko 4.

ROZWIĄZANIE:

Maksymalne wymiary: $38 \text{ cm} \times 41 \text{ cm} \times 64 \text{ cm}$

Maksymalna masa paczki: 25 kg

Sprawdzimy wymiary paczek oraz ich wagę:

- $37 \cdot 41 \cdot 66 \text{ cm}$, 23 kg → jeden bok paczki jest większy o 2 cm niż wymiary zadane przez przewoźnika, dlatego odrzucamy tę opcję
- $38 \cdot 38 \cdot 59 \text{ cm}$, 25 kg → ✓
- $35 \cdot 40 \cdot 64 \text{ cm}$, 26 kg → odrzucamy tę paczkę, ponieważ waga jest większa o 1 kg niż waga dopuszczalna
- $26 \cdot 39 \cdot 63 \text{ cm}$, 22 kg → ✓

ODPOWIEDŹ:

D. Tylko 2 i 4.

Zadanie 7. (0–1)

Monika poprawnie zaokrągliła liczbę 3465 do pełnych setek i otrzymała liczbę x , a Paweł poprawnie zaokrąglił liczbę 3495 do pełnych tysięcy i otrzymał liczbę y .

Czy liczby x i y są równe? Wybierz odpowiedź A (Tak) albo B (Nie) i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

A.	Tak,	ponieważ	1.	początkowa liczba Moniki jest mniejsza od początkowej liczby Pawła.
			2.	cyfra tysięcy każdej z początkowych liczb jest taka sama.
B.	Nie,		3.	otrzymane zaokrąglenia różnią się o 500.

ROZWIĄZANIE:

Monika:

3465 → 3500 (zaokrąglenie do setek)

Paweł:

3495 → 4000 (zaokrąglenie do tysięcy)

Różnica między zaokrągleniami to: 4500 – 3500 = 500

ODPOWIEDŹ:

B. Nie, ponieważ 3. otrzymane zaokrąglenia różnią się o 500.

Zadanie 17. (0–2)

Na pozalekcyjne zajęcia sportowe zapisanych jest 37 osób. Uzasadnij, że w tej grupie są co najmniej 4 osoby, które urodziły się w tym samym miesiącu.

ROZWIĄZANIE:

Liczba osób: 37

Liczba miesięcy: 12

Aby rozwiązać to zadanie, zastosujemy zasadę szufladkową Dirichleta.

Mamy:

- 12 miesięcy w roku (czyli 12 „szufladek”),
- 37 osób (czyli 37 „obiektów” do umieszczenia w szufladkach).

Chcemy pokazać, że przynajmniej w jednej szufladce znajdują się co najmniej 4 osoby:

$$\left\lceil \frac{37}{12} \right\rceil \rightarrow 3,08 - \text{zaokrąglamy do czterech, gdyż nie może w danym miesiącu urodzić się trzy i pół osoby.}$$

ODPOWIEDŹ:

W którymś z 12 miesięcy musiały się urodzić więcej niż 3 osoby. W przeciwnym razie w ciągu 12 miesięcy mogłoby urodzić się co najwyżej 36 osób.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2019

Zadanie 2. (0–1)

Liczba 1450 jest zaokrągleniem do rzędu dziesiątek kilku liczb naturalnych.

Ile jest wszystkich liczb naturalnych różnych od 1450, które mają takie zaokrąglenie?
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 4

B. 5

C. 9

D. 10

ROZWIĄZANIE:

Szukamy liczb, które po zaokrągleniu do dziesiątek dają 1450. Przedział:

$$1445 \leq x < 1455$$

Są to liczby: 1445, 1446, 1447, 1448, 1449, 1451, 1452, 1453, 1454.

Pamiętaj o odrzuceniu liczby 1450 – ona nie podlega zaokrągleniu.

ODPOWIEDŹ:

C. 9

Zadanie 5. (0–1)

Adam przygotował karty do gry z czterech arkuszy kartonu. Najpierw podzielił każdy arkusz kartonu na cztery części, a następnie każdą z nich ponownie podzielił na cztery części. Tak powstał komplet kart. W grze bierze udział 5 graczy, z których każdy otrzymuje jednakową liczbę kart.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Adam przygotował

A

B

 karty do gry.

A. 32

B. 64

Każdy gracz może otrzymać maksymalnie

C

D

 kart.

C. 12

D. 13

ROZWIĄZANIE:

Liczba kart z jednego arkusza:

- 1 arkusz → 4 części → każda z nich na 4 części → $4 \cdot 4 = 16$ kart z jednego arkusza.

Z 4 arkuszy:

$$4 \cdot 16 = 64 \text{ karty}$$

W grze bierze udział 5 graczy, każdy ma dostać jednakową liczbę kart, więc:

$$\left[\frac{64}{5} \right] = 12 \text{ kart}$$

ODPOWIEDŹ:

Adam przygotował B. 64 karty do gry.

Każdy gracz może otrzymać maksymalnie C. 12 kart.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2020

Zadanie 2. (0–1)

W liczbie pięciocyfrowej $258\#4$, podzielnej przez 4 i niepodzielnej przez 3, cyfrę dziesiątek zastąpiono znakiem „#”.

Jakiej cyfry na pewno nie zastąpiono znakiem „#”? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 0 B. 4 C. 6 D. 8

ROZWIĄZANIE:

Liczba $258\#4$

Liczba jest podzielna przez 4, jeśli jej dwie ostatnie cyfry tworzą liczbę podzielną przez 4. Ostatnie dwie cyfry to $\#4$, więc sprawdzamy, które liczby z końcówką „4” są podzielne przez 4:

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| • 04 → ✓ | • 24 → ✓ | • 44 → ✓ | • 64 → ✓ | • 84 → ✓ |
| • 14 → ✗ | • 34 → ✗ | • 54 → ✗ | • 74 → ✗ | • 94 → ✗ |

Zatem możliwe cyfry dla # to: **0, 2, 4, 6, 8**.

Liczba $258\#4$ nie może być podzielna przez 3.

Liczba jest podzielna przez 3, jeśli suma jej cyfr jest podzielna przez 3. Policzmy sumę cyfr dla różnych możliwych cyfr w miejscu #:

Suma cyfr: $2 + 5 + 8 + \# + 4 = 19 + \#$

Dla #:

- 0 → 19 → ✗ (niepodzielna przez 3) → pasuje
- 2 → 21 → ✓ (podzielna przez 3) → odpada
- 4 → 23 → ✗ → pasuje
- 6 → 25 → ✗ → pasuje
- 8 → 27 → ✓ (podzielna przez 3) → odpada

Możliwe cyfry, które spełniają oba warunki to: **0, 4, 6**.

Cyfry, które nie mogą być podstawione za # to:

- 2 i 8

A z podanych odpowiedzi:

- A. 0 → może być
- B. 4 → może być
- C. 6 → może być
- D. 8 → NIE może być – tej cyfry na pewno nie zastąpiono znakiem „#”.

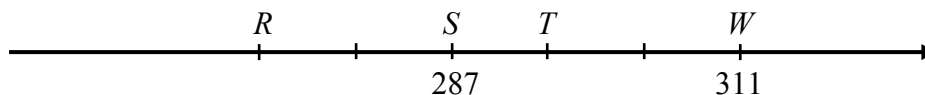
ODPOWIEDŹ:

D. 8

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020

Zadanie 4. (0–1)

Na przedstawionym poniżej fragmencie osi liczbowej oznaczono cztery punkty: R , S , T , W . Współrzędne punktów S i W są równe 287 i 311. Odcinek RW jest podzielony na pięć równych części.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Współrzędne punktów R i T różnią się o 24.	P	F
Współrzędna punktu R jest równa 271.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Najpierw weryfikujemy pierwsze stwierdzenie.

Na rysunku widać, że odcinek SW składa się z trzech równych części. Tą samą, trzykrotną długość zaznaczono również pomiędzy punktami R i T .

Różnica współrzędnych punktów S i W wynosi:

$$311 - 287 = 24$$

Ponieważ oba fragmenty są jednakowej długości (trzy równe kawałki), identyczna różnica 24 pojawia się między R a T . Zatem pierwsze zdanie jest **prawdziwe**.

Skoro 24 jednostki odpowiadają trzem równym odcinkom, to pojedynczy z nich ma długość:

$$\frac{24}{3} = 8$$

Pomiędzy R i S zaznaczono dwa takie równe odcinki, co daje łączną odległość:

$$2 \cdot 8 = 16$$

Odejmując ten dystans od współrzędnej punktu S (287), otrzymujemy współrzędną R :

$$287 - 16 = 271$$

Zatem drugie zdanie również okazuje się **prawdziwe**.

ODPOWIEDŹ:

P, P

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021

Zadanie 2. (0–1)

Piłki tenisowe zapakowano do 186 jednakowych pudełek. Do każdego z tych pudełek włożono po 6 piłek.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba wszystkich spakowanych piłek jest podzielna przez 4.	P	F
Wszystkie te piłki można byłoby spakować do większych pudełek – po 9 piłek w każdym.	P	F

ROZWIĄZANIE:

186 pudełek · 6 piłek = 1116 piłek	
1. Czy liczba 1116 jest podzielna przez 4?	
1116 : 4 = 279 → jest podzielna	
2. Czy można spakować po 9 piłek do pudełka?	
1116 : 9 = 124 → można spakować po 9 piłek	

ODPOWIEDŹ:

P, P

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021

Zadanie 5. (0–1)

Czy iloczyn dowolnych pięciu kolejnych liczb całkowitych jest podzielny przez 10? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

A.	Tak,	ponieważ wśród dowolnych pięciu kolejnych liczb całkowitych	1.	nie musi znajdować się liczba podzielna przez 10.
			2.	jest co najmniej jedna liczba nieparzysta i co najmniej jedna liczba parzysta.
B.	Nie,		3.	jest co najmniej jedna liczba podzielna przez 5 i co najmniej jedna liczba parzysta.

ROZWIĄZANIE:

Liczba 10 = 2 · 5 → żeby iloczyn był podzielny przez 10, musi:	
• zawierać liczbę podzielną przez 2 (czyli parzystą) oraz	
• zawierać liczbę podzielną przez 5.	

Wśród każdych pięciu kolejnych liczb całkowitych:

- na pewno jest liczba parzysta (co druga liczba jest parzysta),
- na pewno jedna z nich dzieli się przez 5 (bo co piąta liczba dzieli się przez 5, a rozpatrujemy aż pięć kolejnych liczb).

Liczby: 7, 8, 9, 10, 11:

- 10 dzieli się przez 5
- 8 i 10 są parzyste

→ iloczyn tych liczb będzie podzielny przez 10

ODPOWIEDŹ:

A. Tak, ponieważ wśród dowolnych pięciu kolejnych liczb całkowitych **3.** jest co najmniej jedna liczba podzielna przez 5 i co najmniej jedna liczba parzysta.

Zadanie 13. (0–1)

Listewkę o długości 50 cm planowano pociąć na równe części. Iwona zaproponowała podział na kawałki po 5 cm i zaznaczyła na listewce czerwonym kolorem linie cięcia. Agata chciała podzielić tę samą listewkę na części po 2 cm i linie cięcia zaznaczyła na zielono.

Ile razy linia czerwona pokrywała się z linią zieloną? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- listewka ma długość 50 cm
- Iwona dzieli ją co 5 cm – linie czerwone
- Agata dzieli ją co 2 cm – linie zielone.

Czerwone linie (co 5 cm):

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45

(ostatnia przy 50 to koniec listewki – nie liczymy)

Zielone linie (co 2 cm):

2, 4, 6, ..., 48

(łącznie 24 linie)

Szukamy wspólnych wielokrotności **5 i 2** – czyli wielokrotności **10**:

→ Wspólne pozycje:

10, 20, 30, 40

To **4 pozycje**, gdzie linie czerwone i zielone się pokrywają.

ODPOWIEDŹ:

B. 4

CKE CKE ZADANIE Z INFORMATORA 2018/2019

Zadanie 2. (0–1)

Marta zapisała w systemie rzymskim cztery liczby: CLXX, CXC, CCLXX oraz CCL.

Która z nich znajduje się najbliżej liczby 200? Zaznacz dobrą odpowiedź.

- A. CLXX B. CXC C. CCLXX D. CCL

ROZWIĄZANIE:

Rzymskie:

- CLXX = 170
- CXC = 190
- CCLXX = 270
- CCL = 250

Najbliżej 200 → CXC = 190

ODPOWIEDŹ:

B. CXC

CKE CKE ZADANIE Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 4. (0–1)

Liczba x jest najmniejszą liczbą dodatnią podzielną przez 3 i 4, a liczba y jest największą liczbą dwucyfrową podzielną przez 2 i 9.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejsza wspólna wielokrotność liczb x i y jest równa

- A. 72 B. 108 C. 180 D. 216

ROZWIĄZANIE:

x – najmniejsza liczba podzielna przez 3 i 4:

$NWW(3,4) = 12$

$x = 12$

y – największa liczba dwucyfrowa podzielna przez 2 i 9

Wspólne wielokrotności 2 i 9: 18, 36, 54, 72, 90, 108 (...)

Największa dwucyfrowa wspólna wielokrotność: 90

$y = 90$

Wyznaczamy najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) x i y :

$NWW(12,90) = 180$

ODPOWIEDŹ:

C. 180

Ułamki zwykłe i dziesiętne

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 2. (0–1)

Poniżej zamieszczono fragment etykiety z jogurtu o masie 150 g.

Wartość odżywcza	w 100 g
energia	290 kJ / 69 kcal
tłuszcz	3,0 g
w tym kwasy nasycone	1,9 g
węglowodany	5,9 g
w tym cukry	5,9 g
błonnik	0 g
białko	4,6 g
sól	0,15 g
wapń	167 mg*
witamina B2	0,25 mg*

* 1 mg = 0,001 g

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Zjedzenie całego jogurtu dostarcza organizmowi około wapnia.

A. 167 mg

B. 250 mg

Zjedzenie całego jogurtu dostarcza organizmowi razy więcej białka niż witaminy B2.

C. 18,4

D. 18 400

ROZWIĄZANIE:

Na etykiecie jogurtu podano wartości odżywcze na 100 g. Jogurt ma masę 150 g.

Obliczamy wapń w 150 g:

W 100 g jogurtu jest 167 mg wapnia.

Jogurt waży 150 g, więc:

$$\frac{150}{100} \cdot 167 = 1,5 \cdot 167 = 250,5 \text{ mg}$$

ODPOWIEDŹ:

B. 250 mg

ROZWIĄZANIE:

Obliczamy stosunek białka do witaminy B2:

- białko w 100 g = 4,6 g → a w 150 g:

$$\frac{150}{100} \cdot 4,6 = 6,9 \text{ g}$$

- witamina B2 w 100 g = 0,25 mg → a w 150 g:

$$\frac{150}{100} \cdot 0,25 = 0,375 \text{ mg} = 0,000375 \text{ g}$$

Teraz:

$$\frac{6,9}{0,000375} = 18400$$

Jogurt zawiera 18 400 razy więcej białka niż witaminy B2.

ODPOWIEDŹ:

D. 18 400

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$ jest równa

A. $-\frac{15}{14}$

B. $-\frac{9}{14}$

C. $\frac{2}{7}$

D. $\frac{8}{7}$

ROZWIĄZANIE:

Wyrażenie:

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$$

Krok po kroku:

- najpierw mnożenie:

$$\frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{-6}{14} = -\frac{3}{7}$$

- teraz odejmowanie:

$$\frac{5}{7} - \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{5}{7} + \frac{3}{7} = \frac{8}{7}$$

ODPOWIEDŹ:

D. $\frac{8}{7}$

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021

Zadanie 3. (0–1)

Która z poniższych nierówności jest prawdziwa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\frac{25}{9} < \frac{23}{9}$

B. $\frac{5}{4} + \frac{5}{2} > 4$

C. $\frac{13}{17} \cdot 3 > \frac{39}{17}$

D. $\frac{11}{12} > \frac{11}{13}$

ROZWIĄZANIE:

Sprawdźmy po kolei:

A: $\frac{25}{9} < \frac{23}{9}$ – fałsz, ponieważ ułamek $\frac{25}{9}$ jest większy

B: $\frac{5}{4} + \frac{5}{2} = 1,25 + 2,5 = 3,75$

$3,75 > 4$ – jest to fałsz

C: $\frac{13}{17} \cdot 3 > \frac{39}{17}$

$\frac{39}{17} > \frac{39}{17}$ – liczby są sobie równe, dlatego nierówność jest fałszywa.

D: $\frac{11}{12} > \frac{11}{13}$

Jeśli liczniki ułamków są identyczne, to im większy jest mianownik ułamka, tym mniejsza jest wartość ułamka.

ODPOWIEDŹ:

D. $\frac{11}{12} > \frac{11}{13}$

Zadanie 4. (0–1)

Dane są trzy wyrażenia:

I. $6 \cdot 1\frac{2}{3}$

II. $6 : 1,2$

III. $7,25 - 2\frac{1}{4}$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczbami całkowitymi są wartości wyrażeń

A. I, II i III.

B. Tylko I i II.

C. Tylko II i III.

D. Tylko I i III.

ROZWIĄZANIE:

- $6 \cdot 1\frac{2}{3} = 6 \cdot \frac{5}{3} = \frac{30}{3} = 10$ ✓ (liczba całkowita)

- $6 : 1,2 = \frac{6}{1,2} = \frac{60}{12} = 5$ ✓ (liczba całkowita)

- $7,25 - 2\frac{1}{4} = 7,25 - 2,25 = 5$ ✓ (liczba całkowita)

Wszystkie trzy wyrażenia są liczbami całkowitymi.

ODPOWIEDŹ:

A. I, II i III.



CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021

Zadanie 2. (0–1)

Dane są cztery liczby x , y , t , u zapisane za pomocą wyrażeń arytmetycznych:

$$x = -62,5 + 30$$

$$y = -14,4 - 12,6$$

$$t = -12 : 0,3$$

$$u = -8,02 \cdot 6$$

Która z tych liczb jest największa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. x

B. y

C. t

D. u

ROZWIĄZANIE:

Obliczamy każdą z czterech wartości:

- $x = -62,5 + 30 = -32,5$

- $y = -14,4 - 12,6 = -27$

- $t = -12 : 0,3 = -40$

- $u = -8,02 \cdot 6 = -48,12$

Wszystkie liczby są ujemne, zatem największą z nich będzie $y = -27$.

ODPOWIEDŹ:

B. y

Obliczenia procentowe, obliczenia praktyczne



CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 3. (0–1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

120% liczby 180 to tyle samo, co 180% liczby 120.	P	F
20% liczby 36 to tyle samo, co 40% liczby 18.	P	F

ROZWIĄZANIE:

120% liczby 180 to tyle samo, co 180% liczby 120.

Obliczmy:

- $120\% \text{ z } 180 = 1,2 \cdot 180 = 216$
- $180\% \text{ z } 120 = 1,8 \cdot 120 = 216$

ODPOWIEDŹ:

P

ROZWIĄZANIE:

20% liczby 36 to tyle samo, co 40% liczby 18.

Obliczmy:

- $20\% \text{ z } 36 = 0,2 \cdot 36 = 7,2$
- $40\% \text{ z } 18 = 0,4 \cdot 18 = 7,2$

ODPOWIEDŹ:

P

Zadanie 6. (0–1)

Prędkość rozchodzenia się impulsu elektrycznego u człowieka wynosi około 2 metrów na sekundę. U roślin impuls elektryczny może rozchodzić się z prędkością około 60 centymetrów na minutę.

Ile razy prędkość rozchodzenia się impulsu elektrycznego u człowieka jest większa od prędkości rozchodzenia się impulsu elektrycznego u roślin? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- W przybliżeniu 2 razy.
- W przybliżeniu 20 razy.
- W przybliżeniu 200 razy.
- W przybliżeniu 2000 razy.

ROZWIĄZANIE:

Dane z treści:

- prędkość impulsu u człowieka: 2 metry na sekundę
- prędkość impulsu u rośliny: 60 centymetrów na minutę.

Aby porównać prędkości, musimy mieć te same jednostki – najlepiej w metrach na sekundę (m/s).

Prędkość u człowieka: 2 m/s

Prędkość u roślin: 60 cm/min = 0,6 m/min = 0,01 m/s

Obliczamy stosunek: $2 \div 0,01 = 200$

ODPOWIEDŹ:

C. W przybliżeniu 200 razy.

CKE **CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2019**

Zadanie 17. (0–2)

Samochód osobowy przebył drogę 120 km w czasie 75 minut. Prędkość średnia busa na tej samej trasie wyniosła $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. O ile krótszy był czas przejazdu tej drogi samochodem osobowym od czasu przejazdu busem? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Krok 1: Przelicz czas samochodu osobowego na godziny.

$$75 \text{ minut} = \frac{75}{60} = 1,25 \text{ godziny}$$

Krok 2: Oblicz czas przejazdu busem.

Skorzystamy ze wzoru:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{120}{80} = 1,5 \text{ godziny}$$

Krok 3: Oblicz różnicę czasu

$$t_{bus} - t_{samochód} = 1,5 - 1,25 = 0,25 \text{ godziny}$$

$$0,25 \text{ godziny} = 0,25 \cdot 60 = 15 \text{ minut}$$

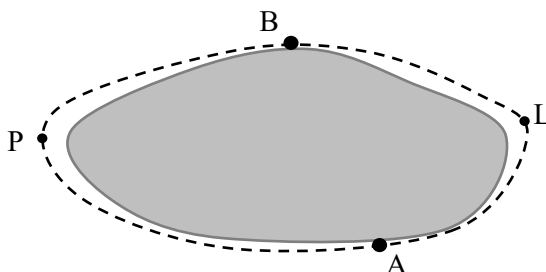
ODPOWIEDŹ:

Czas przejazdu samochodem był krótszy o 15 minut.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2020

Zadanie 4. (0–1)

Miejscowości A i B położone na przeciwległych brzegach jeziora są połączone dwiema drogami – drogą polną prowadzącą przez punkt P i drogą leśną prowadzącą przez punkt L. Długość drogi polnej APB wynosi 10 km, a długość drogi leśnej ALB jest równa 6 km.



Matylda i Karol wyruszyli na rowerach z miejscowości A do miejscowości B o godzinie 10:00. Matylda jechała drogą leśną, a Karol – drogą polną. Średnia prędkość jazdy Matyldy wynosiła $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a średnia prędkość Karola była równa $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Do miejscowości B Karol przyjechał wcześniej niż Matylda.	P	F
Matylda przyjechała do miejscowości B o godzinie 10:24.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Matylda: 6 km, 15 km/h → $6 \div 15 = 0,4 \text{ h} = 24 \text{ min}$

Karol: 10 km, 20 km/h → $10 \div 20 = 0,5 \text{ h} = 30 \text{ min}$

Matylda: 10:00 + 24 min = 10:24

Karol: 10:00 + 30 min = 10:30

ODPOWIEDŹ:

F, P

Zadanie 5. (0–1)

Na treningu odmierzano za pomocą aplikacji komputerowej 15-minutowe cykle ćwiczeń, które następowały bezpośrednio jeden po drugim. Ola zaczęła ćwiczyć, gdy pierwszy cykl trwał już 2 minuty, a skończyła, gdy do końca trzeciego cyklu zostało jeszcze 7 minut.

Ile łącznie minut Ola ćwiczyła na zajęciach? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 36

B. 35

C. 24

D. 21

ROZWIĄZANIE:

Dane z treści:

- jeden cykl trwa 15 minut
- Ola zaczęła ćwiczyć, gdy pierwszy cykl trwał już 2 minuty
- skończyła ćwiczyć, gdy do końca trzeciego cyklu zostało 7 minut.

Krok 1 – początek ćwiczeń

Ola zaczęła ćwiczyć w 3. minucie pierwszego cyklu (czyli zostało jej jeszcze: $15 - 2 = 13$ minut z pierwszego cyklu).

Krok 2 – pełne cykle

Po pierwszym cyklu były jeszcze:

- drugi cykl – cały (15 minut)
- trzeci cykl – ćwiczyła do momentu, gdy zostało 7 minut, czyli ćwiczyła: $15 - 7 = 8$ minut.

Krok 3 – sumujemy czas ćwiczeń

- pierwszy cykl: 13 minut
- drugi cykl: 15 minut
- trzeci cykl: 8 minut.

$$13 + 15 + 8 = 36 \text{ minut}$$

ODPOWIEDŹ:

A. 36

Zadanie 19. (0–3)

Pan Kazimierz przejechał trasę o długości 90 km w czasie 1,5 godziny. W drodze powrotnej tę samą trasę pokonał w czasie o 15 minut krótszym. O ile kilometrów na godzinę była większa jego średnia prędkość jazdy w drodze powrotnej? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- trasa: 90 km
- czas jazdy w jedną stronę: 1,5 godziny
- czas powrotu: 15 minut krótszy = $1,5 \text{ h} - 0,25 \text{ h} = 1,25$ godziny.

Krok 1 – oblicz prędkość w pierwszą stronę

$$v = \frac{s}{t} = \frac{90 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = 60 \text{ km/h}$$

Krok 2 – oblicz prędkość w drodze powrotnej

$$v = \frac{s}{t} = \frac{90 \text{ km}}{1,25 \text{ h}} = 72 \text{ km/h}$$

Krok 3 – oblicz różnicę prędkości

$$72 - 60 = 12 \text{ km/h}$$

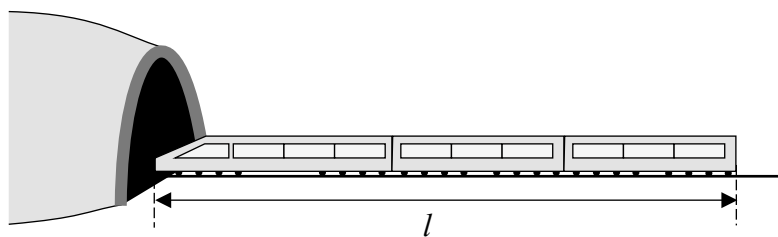
ODPOWIEDŹ:

Średnia prędkość była większa o 12 km/h w drodze powrotnej.

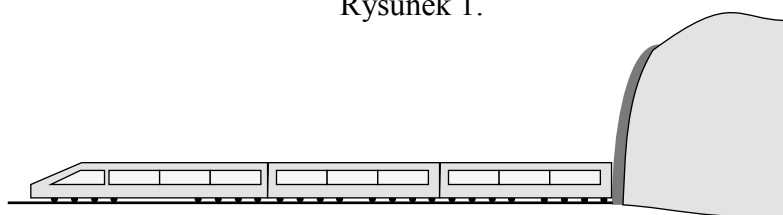
CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020

Zadanie 5. (0–1)

Pociąg o długości $l = 150$ m przejechał przez tunel o długości $d = 350$ m ze stałą prędkością $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Rysunek 1.



Rysunek 2.

Ile czasu upłynęło od momentu wjazdu czola pociągu do tunelu (rysunek 1.) do momentu wyjazdu z tunelu końca ostatniego wagonu (rysunek 2.)? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 7,5 s B. 17,5 s C. 25 s D. 36 s

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- długość pociągu: $l = 150$ m
- długość tunelu: $d = 350$ m
- prędkość pociągu: $v = 20$ m/s

Aby cały pociąg znalazł się poza tunelem, jego koniec musi przejechać całą długość tunelu.

Czyli całkowita droga = długość tunelu + długość pociągu:

$$s = 350 + 150 = 500 \text{ m}$$

Następnie oblicz czas przejazdu tej drogi.

Skorzystajmy ze wzoru:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{500}{20} = 25 \text{ s}$$

ODPOWIEDŹ:

C. 25 s

Oblicz czas trwania samych zajęć (bez przerwy):

$$80 \text{ min} - 10 \text{ min (przerwa)} = 70 \text{ minut}$$

Czas jednej części:

$$\frac{70}{2} = 35 \text{ minut}$$

Druga część zaczęła się po pierwszej części i przerwie:

- zaczęło się o 17:45
- pierwsza część: 35 min → koniec o 18:20
- przerwa: 10 min → druga część zaczęła się o 18:30.

ODPOWIEDŹ:

C. 18:30

Zadanie 6. (0–1)

Cenę laptopa obniżono najpierw o 15%, a później o 150 zł. Po obu obniżkach laptop kosztuje 2400 zł.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Przed tymi dwoma obniżkami laptop kosztował 3000 zł.	P	F
Po obu obniżkach cena laptopa stanowi 85% ceny początkowej.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Cena laptopa została:

- najpierw obniżona o 15%
- potem obniżona o 150 zł

Po obniżkach laptop kosztuje 2400 zł.

Założmy, że cena początkowa to x zł.

Po pierwszej obniżce (o 15%):

$$x - 0,15x = 0,85x$$

Po drugiej obniżce (150 zł):

$$0,85x - 150 = 2400$$

Rozwiąż równanie:

$$0,85x - 150 = 2400 \Rightarrow 0,85x = 2550 \Rightarrow x = \frac{2550}{0,85} = 3000$$

ODPOWIEDŹ:

P, F

CKE **CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021**

Zadanie 6. (0–1)

Podatek od dochodów za rok 2016 w Polsce był obliczany według sposobów przedstawionych w poniższej tabeli.

Podstawa obliczenia podatku	Sposób obliczenia podatku
kwota mniejsza lub równa 85 528 zł	18% podstawy obliczenia podatku pomniejszone o 556,02 zł
kwota większa niż 85 528 zł	14 839,02 zł plus 32% nadwyżki ponad 85 528 zł

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

W 2016 roku podstawa obliczenia podatku dla pana Jana wyniosła 84 500 zł. Wysokość podatku (w zł) od dochodu pana Jana opisuje wyrażenie **A** **B** .

A. $0,18 \cdot 84\,500 - 556,02$

B. $0,18 \cdot (84\,500 - 556,02)$

W 2016 roku podstawa obliczenia podatku dla pani Zofii wyniosła 97 300 zł. Wysokość podatku (w zł) od dochodu pani Zofii opisuje wyrażenie **C** **D** .

C. $14\,839,02 + 0,32 \cdot 85\,528$

D. $14\,839,02 + 0,32 \cdot (97\,300 - 85\,528)$

ROZWIĄZANIE:

W tabeli podano dwa progi podatkowe (dla roku 2016):

1. Dla dochodów $\leq 85\,528$ zł

→ podatek:

$0,18 \cdot \text{dochód} - 556,020$

2. Dla dochodów $> 85\,528$ zł

→ podatek:

$14\,839,02 + 0,32 \cdot (\text{dochód} - 85\,528)$

Część 1 – Pan Jan

Dochód: 84 500 zł → mniejszy niż 85 528 zł

Stosujemy pierwszy wzór:

$0,18 \cdot 84\,500 - 556,02$

ODPOWIEDŹ:

A. $0,18 \cdot 84\,500 - 556,02$

Część 2 – Pani Zofia

Dochód: 97 300 zł → większy niż 85 528 zł

Stosujemy drugi wzór:

$14\,839,02 + 0,32 \cdot (97\,300 - 85\,528)$

ODPOWIEDŹ:

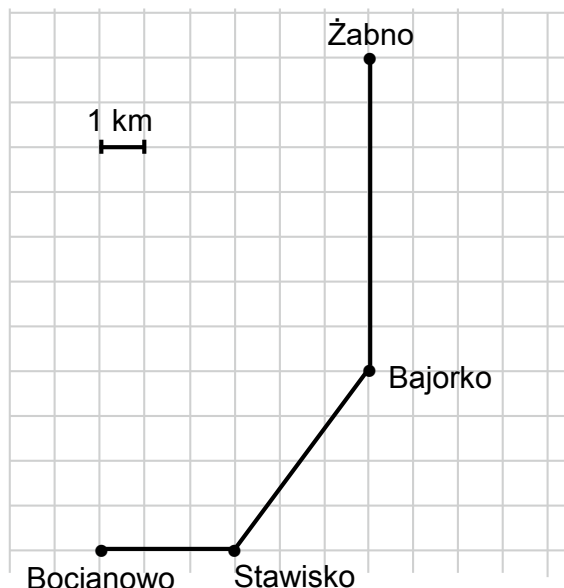
D. $14\,839,02 + 0,32 \cdot (97\,300 - 85\,528)$

Zadanie 17. (0–3)

Adam mieszka w miejscowości Bocianowo, a jego kolega Bartek – w miejscowości Żabno. Adam umówił się z Bartkiem w Żabnie na godzinę 18:00. Wyjechał z Bocianowa na skuterze o godzinie 17:20. Średnia prędkość jazdy Adama była równa $25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Na kwadratowej siatce Adam przedstawił schemat trasy, którą jechał.

O której godzinie Adam dotarł na spotkanie z Bartkiem? Zapisz obliczenia.



ROZWIĄZANIE:

1. Dystans między Stawiskiem a Bajorkiem

Na planie miejscowości odległość w poziomie to 3 kratki, a w pionie – 4 kratki. Tworzą one przyprostokątne trójkąta prostokątnego.

Z twierdzenia Pitagorasa:

$$3^2 + 4^2 = c^2 \Rightarrow 9 + 16 = 25 \Rightarrow c = 5$$

Trasa Stawisko → Bajorko mierzy 5 km.

2. Łączna długość przejazdu

Bocianowo → Stawisko: 3 km

Stawisko → Bajorko: 5 km

Bajorko → Żabno: 7 km

Suma: $3 + 5 + 7 = 15$ km

3. Czas pokonania całej trasy

Prędkość Adama: 25 km/h

$$t = \frac{s}{v} = \frac{15 \text{ km}}{25 \text{ km/h}} = 0,6 \text{ h}$$

$$0,6 \text{ h} \cdot 60 \text{ min/h} = 36 \text{ min}$$

4. Godzina przyjazdu

Start: 17:20. Dodając 36 minut, otrzymujemy godzinę 17:56.

ODPOWIEDŹ:

Adam przybył o 17:56, a cała trasa miała 15 km.

Potęgi i pierwiastki

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 8. (0–1)

Dana jest liczba $a = 3\sqrt{2} - 4$.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Liczba o 2 większa od liczby a jest równa

A	B
---	---

. A. $5\sqrt{2} - 4$ B. $3\sqrt{2} - 2$

Liczba 2 razy większa od liczby a jest równa

C	D
---	---

. C. $6\sqrt{4} - 8$ D. $6\sqrt{2} - 8$

ROZWIĄZANIE:

Dana jest liczba: $a = 3\sqrt{2} - 4$

Liczba o 2 większa od liczby a to..., musimy obliczyć:

$$a + 2 = (3\sqrt{2} - 4) + 2$$

$$= 3\sqrt{2} - 4 + 2$$

$$= 3\sqrt{2} - 2$$

ODPOWIEDŹ:

B. $3\sqrt{2} - 2$

Liczba 2 razy większa od liczby a to..., więc musimy policzyć:

$$2 \cdot a = 2 \cdot (3\sqrt{2} - 4)$$

Mnożymy całe wyrażenie przez 2:

$$= 2 \cdot 3\sqrt{2} - 2 \cdot 4$$

$$= 6\sqrt{2} - 8$$

ODPOWIEDŹ:

D. $6\sqrt{2} - 8$

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU IV 2019

Zadanie 3. (0–1)

W tabeli zapisano trzy wyrażenia.

I	$5^2 \cdot 10^8 \cdot 5^4$
II	$(5^{10} : 5^2) \cdot 10^8$
III	$2^8 \cdot 5^8 \cdot 5^8$

Które z tych wyrażen są równe 50^8 ? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. Tylko I i II. B. Tylko II i III. C. Tylko II. D. Tylko III.

ROZWIĄZANIE:

Musimy sprawdzić, które z tych wyrażen są równe $5^8 \cdot 10^8$.

Wyrażenie I:

$$5^2 \cdot 10^8 \cdot 5^4$$

Zauważ, że $5^2 \cdot 5^4 = 5^6$ (przy mnożeniu potęg o tych samych podstawach sumujemy wykładniki).

Więc: $5^6 \cdot 10^8 \leftarrow$ to nie jest $5^8 \cdot 10^8$

✗ Nie pasuje

Wyrażenie II:

$$(5^{10} : 5^2) \cdot 10^8$$

Zauważ, że $5^{10} : 5^2 = 5^8$ (przy dzieleniu potęg o tych samych podstawach odejmujemy wykładniki)

Czyli: $5^8 \cdot 10^8$

✓ PASUJE

Wyrażenie III:

$$2^8 \cdot 5^8 \cdot 5^8$$

$$5^8 \cdot 5^8 = 5^{16}$$

Czyli mamy: $2^8 \cdot 5^{16}$

Ale $10^8 = 2^8 \cdot 5^8$, więc:

$$5^8 \cdot 10^8 = 5^8 \cdot (2^8 \cdot 5^8) = 2^8 \cdot 5^{16}$$

✓ PASUJE

ODPOWIEDŹ:

B. Tylko II i III.

Zadanie 4. (0–1)

Dane są cztery wyrażenia:

I. $4 + \sqrt{35}$

II. $6 + \sqrt{17}$

III. $17 - \sqrt{48}$

IV. $15 - \sqrt{26}$

Wartości których wyrażeń są mniejsze od 10? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. I i II

B. II i III

C. III i IV

D. I i IV

ROZWIĄZANIE:

Musimy policzyć przybliżone wartości każdego wyrażenia i porównać z 10.

I. $4 + \sqrt{35}$

Znamy:

$\sqrt{36} = 6$, więc $\sqrt{35} \approx 5,92$

Czyli:

$4 + \sqrt{35} \approx 4 + 5,92 = 9,92 < 10$

II. $6 + \sqrt{17}$

Znamy:

$\sqrt{16} = 4$, więc $\sqrt{17} \approx 4,12$

Czyli:

$6 + \sqrt{17} \approx 6 + 4,12 = 10,12 > 10$

III. $17 - \sqrt{48}$

Znamy:

$\sqrt{49} = 7$, więc $\sqrt{48} \approx 6,93$

Czyli:

$17 - \sqrt{48} \approx 17 - 6,93 = 10,07 > 10$

IV. $15 - \sqrt{26}$

Znamy:

$\sqrt{25} = 5$, więc $\sqrt{26} \approx 5,10$

Czyli:

$15 - \sqrt{26} \approx 15 - 5,10 = 9,90 < 10$

Wyrażenia mniejsze od 10 to: I i IV.

ODPOWIEDŹ:

D. I i IV



CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2020

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\frac{4}{3} \cdot 3 - 2^3$ jest równa

A. $-\frac{14}{3}$

B. -4

C. -7

D. $-\frac{8}{3}$

E. -2

ROZWIĄZANIE:

Naszym zadaniem jest obliczenie wartości wyrażenia, więc:

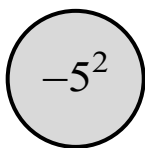
$\frac{4}{3} \cdot 3 - 2^3 = \frac{12}{3} - 8 = 4 - 8 = -4$

ODPOWIEDŹ:

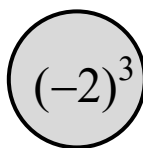
B. -4

Zadanie 7. (0–1)

Marta przygotowała dwa żetony takie, że suma liczb zapisanych na obu stronach każdego żetonu jest równa zero. Widok jednej ze stron tych żetonów przedstawiono poniżej.



Żeton 1.



Żeton 2.

Jakie liczby znajdują się na niewidocznych stronach tych żetonów? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. -25 i -8

B. -25 i 8

C. 25 i -8

D. 25 i 8

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\frac{6^8}{2^4}$ jest równa

A. 3^2

B. 3^4

C. $2^2 \cdot 3^8$

D. $2^4 \cdot 3^8$

ROZWIĄZANIE:

Warto zauważyć:

$$6 = 2 \cdot 3$$

Więc:

$$6^8 = (2 \cdot 3)^8 = 2^8 \cdot 3^8$$

$$\frac{6^8}{2^4} = \frac{2^8 \cdot 3^8}{2^4}$$

Teraz upraszczamy potęgi z dwójkami:

$$\frac{2^8}{2^4} = 2^{8-4} = 2^4$$

$$\frac{2^8 \cdot 3^8}{2^4} = 2^4 \cdot 3^8$$

ODPOWIEDŹ:

D. $2^4 \cdot 3^8$

Zadanie 8. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Wartość wyrażenia $\sqrt{1 + \frac{25}{144}}$ jest równa .

A. $1\frac{5}{12}$

B. $1\frac{1}{12}$

Wartość wyrażenia $\sqrt[3]{3 + \frac{3}{8}}$ jest równa .

C. $1\frac{1}{2}$

D. $1\frac{1}{8}$

ROZWIĄZANIE:

Obliczamy wartość podanych wyrażeń:

$$\sqrt{1 + \frac{25}{144}}$$

$$1 = \frac{144}{144}$$

$$\sqrt{\frac{144}{144} + \frac{25}{144}} = \sqrt{\frac{169}{144}}$$

$$= \frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12}$$

ODPOWIEDŹ:

B. $1 \frac{1}{12}$

$$\sqrt[3]{3 + \frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = 1 \frac{1}{2}$$

ODPOWIEDŹ:

C. $1 \frac{1}{2}$



CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021

Zadanie 4. (0–1)

Z reguł działań na potęgach wynika, że:

$$(200\ 000)^3 = (2 \cdot 100\ 000)^3 = (2 \cdot 10^5)^3 = 2^3 \cdot 10^{15}$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Z tych samych reguł wynika, że liczba $(60\ 000\ 000)^3$ jest równa

A. $6^3 \cdot 10^{21}$

B. $6 \cdot 10^{21}$

C. $6^3 \cdot 10^{10}$

D. $6 \cdot 10^{10}$

ROZWIĄZANIE:

Z treści:

$$(200\ 000)^3 = (2 \cdot 100\ 000)^3 = (2 \cdot 10^5)^3 = 2^3 \cdot 10^{15}$$

Mamy znaleźć:

$$(60\ 000\ 000)^3$$

Krok 1 – rozpiszmy 60 000 000:

$$60\ 000\ 000 = 6 \cdot 10^7$$

Teraz potęgujemy:

$$(6 \cdot 10^7)^3 = 6^3 \cdot 10^{21}$$

ODPOWIEDŹ:

A. $6^3 \cdot 10^{21}$

Zadanie 7. (0–1)

Do liczby $(-\sqrt{10})$ dodajemy 5.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Otrzymany wynik jest liczbą

- A. większą od 1.
- B. dodatnią mniejszą od 1.
- C. mniejszą od (-8) .
- D. ujemną większą od (-8) .

ROZWIĄZANIE:

$$-\sqrt{10} + 5$$

Szukamy, jaka to liczba – większa/mniejsza od 1, 0, -8 ?

Krok 1: obliczmy wartość:

$$\sqrt{10} \approx 3,16$$

Wiemy że $\sqrt{9} = 3$, zatem $3 < 10 < 4$.

Dokładna wartość: $\sqrt{10}$

Dlatego:

$$-\sqrt{10} + 5 \approx -3,16 + 5 = 1,84$$

ODPOWIEDŹ:

- A. większą od 1.

Równania

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 11. (0–1)

O liczbie x wiemy, że $\frac{1}{3}$ tej liczby jest o $\frac{3}{4}$ większa od $\frac{1}{6}$ tej liczby.

Które równanie pozwoli wyznaczyć liczbę x ? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\frac{2}{3}x = \frac{1}{6}x + \frac{3}{4}$

B. $\frac{1}{3}x + \frac{3}{4} = \frac{5}{6}x$

C. $\frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x + \frac{3}{4}$

D. $\frac{1}{3}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{6}x$

ROZWIĄZANIE:

Przekształcamy zapis słowny z polecenia na zapis matematyczny:

1. $\frac{1}{3}$ tej liczby \rightarrow zapisujemy $\frac{1}{3}x$

2. jest \rightarrow dajemy znak równości =

3. o $\frac{3}{4}$ większa \rightarrow zapisujemy za znakiem równości $\frac{3}{4} +$

4. od $\frac{1}{6}$ tej liczby \rightarrow za plusem zapisujemy $\frac{1}{6}x$

Otrzymujemy równanie:

$$\frac{1}{3}x = \frac{3}{4} + \frac{1}{6}x$$

czyli:

$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x + \frac{3}{4}$$

To równanie pozwala wyznaczyć liczbę x .

ODPOWIEDŹ:

C. $\frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x + \frac{3}{4}$

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2020

Zadanie 10. (0–1)

Sprzedawca kupił od ogrodnika róże i tulipany za łączną kwotę 580 zł. Jeden tulipan kosztował 1,20 zł, a cena jednej róży była równa 4 zł. Sprzedawca kupił o 50 tulipanów więcej niż róż.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jeśli liczbę zakupionych tulipanów oznaczymy przez t , to podane zależności opisuje równanie

- A. $1,2(t+50) + 4t = 580$
- B. $1,2(t-50) + 4t = 580$
- C. $1,2t + 4(t-50) = 580$
- D. $1,2t + 4(t+50) = 580$

ROZWIĄZANIE:

Wiemy, że:

- sprzedawca kupił tulipany za łączną kwotę razem z różami: 580 zł
- jeden tulipan kosztuje 1,20 zł
- jedna róża kosztuje 4 zł
- kupił o 50 tulipanów więcej niż róż.

1. Tulipany:

- liczba tulipanów = t
- cena jednego tulipana = 1,20 zł;
koszt tulipanów = $1,2t$.

2. Róże:

- kupił o 50 mniej róż niż tulipanów, czyli: liczba róż = $t - 50$
- cena jednej róży = 4 zł;
koszt róż = $4(t - 50)$.

3. Suma kosztów = 580 zł

Zapisujemy równanie:

$$1,2t + 4(t - 50) = 580$$

ODPOWIEDŹ:

- C.** $1,2t + 4(t - 50) = 580$

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020

Zadanie 10. (0–1)

Dany jest wzór opisujący pole trapezu: $P = \frac{(x+y) \cdot h}{2}$, gdzie x i y oznaczają długości podstaw trapezu, a h oznacza wysokość trapezu.

Którym równaniem opisano x wyznaczone poprawnie z tego wzoru? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $x = \frac{P}{2} - hy$

B. $x = \frac{P}{2h} - y$

C. $x = 2P - hy$

D. $x = \frac{2P}{h} - y$

ROZWIĄZANIE:

Dany wzór na pole trapezu:

$$P = \frac{(x+y) \cdot h}{2}$$

Chcemy wyznaczyć x :

$$2P = (x+y) \cdot h$$

$$x+y = \frac{2P}{h}$$

$$x = \frac{2P}{h} - y$$

ODPOWIEDŹ:

D. $x = \frac{2P}{h} - y$

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021

Zadanie 10. (0–1)

Zależność między liczbą przekątnych (k) a liczbą boków (n) wielokąta wypukłego określa wzór

$$k = \frac{n(n-3)}{2}.$$

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba przekątnych w dwunastokącie wypukłym jest <u>trzy razy większa</u> od liczby przekątnych w czworokącie wypukłym.	P	F
Liczba przekątnych w ośmiokącie wypukłym jest <u>o 11 większa</u> od liczby przekątnych w sześciokącie wypukłym.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Wzór:

$$k = \frac{n(n-3)}{2}$$

Gdzie:

- n to liczba boków wielokąta
- k to liczba przekątnych

Dla czworokąta: $n = 4$:

$$k = \frac{4(4-3)}{2} = 2$$

Dla dwunastokąta:

$$k = \frac{12(12-3)}{2} = 54$$

Czy 54 jest trzy razy większe od 2?

✗ Nie! Bo 3 razy większe od 2 to:

$$3 \cdot 2 = 6, \text{ ale tu mamy } 54$$

Dla ośmiokąta:

$$k = \frac{8(8-3)}{2} = 20$$

Sześciokąt:

$$k = \frac{6(6-3)}{2} = 9$$

Czy 20 jest o 11 większe od 9?

✓ Tak! Bo $9 + 11 = 20$

ODPOWIEDŹ:

F, P

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021

Informacje do zadań 8. i 9.

Trójki liczb naturalnych a , b i c , które spełniają warunek $a^2 + b^2 = c^2$, nazywamy trójkami pitagorejskimi. Niektóre z nich znajdujemy z wykorzystaniem wzorów:

$$a = 2n + 1 \quad b = 2n(n + 1) \quad c = 2n^2 + 2n + 1,$$

gdzie n oznacza dowolną liczbę naturalną ($n \geq 1$). W zadaniach 8. i 9. liczby a , b i c są wyznaczone za pomocą tych wzorów.

Zadanie 8. (0–1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Liczba a zawsze będzie A B . A. parzysta B. nieparzysta

Liczby b i c różnią się o C D . C. 1 D. n

ROZWIĄZANIE:

Z treści zadań:

- $a = 2n + 1 \rightarrow$ liczba nieparzysta
- $b = 2n(n + 1) \rightarrow$ liczba parzysta
- $c = 2n^2 + 2n + 1$

Liczba a jest zawsze liczbą nieparzystą. Iloczyn dwóch liczb naturalnych (np. $2 \cdot n$) zawsze jest liczbą parzystą. Dodając do liczby parzystej 1, otrzymujemy liczbę nieparzystą.

Liczby b i c – sprawdźmy różnicę:

$$c - b = (2n^2 + 2n + 1) - [2n(n + 1)] = 2n^2 + 2n + 1 - 2n^2 - 2n = 1$$

Różnią się o 1.

ODPOWIEDZI:

B. nieparzysta

C. 1

Zadanie 9. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jeżeli najmniejsza z liczb a , b i c jest równa 9, to największa z tych liczb jest równa

A. 41

B. 73

C. 145

D. 181

ROZWIĄZANIE:

Wybierz największą z liczb a , b , c .

$$\text{Skoro } a = 2n + 1, b = 2n(n + 1), c = 2n^2 + 2n + 1$$

Ze wzoru:

$$a = 2n + 1$$

Podstawiamy:

$$2n + 1 = 9$$

$$2n = 8 \Rightarrow n = 4$$

Znamy już:

$$a = 2 \cdot 4 + 1 = 9$$

Liczmy:

- $b = 2n(n + 1) = 2 \cdot 4 \cdot 5 = 40$

- $c = 32 + 8 + 1 = 41$

Liczby to:

- $a = 9$

- $b = 40$

- $c = 41$

Najmniejsza = 9

Największa = 41

ODPOWIEDŹ:

A. 41

Proporcjonalność prosta

CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2019

Zadanie 6. (0–1)

Dorota sporządziła z cukru i wody syrop do deseru. Stosunek masy cukru do masy wody w tym syropie jest równy 5 : 3.

Ile procent masy tego syropu stanowi masa cukru? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 25% B. 37,5% C. 40% D. 60% E. 62,5%

ROZWIĄZANIE:

Stosunek 5:3 oznacza, że na 5 jednostek cukru przypadają 3 jednostki wody.

Dodajemy oba składniki:

- $5 + 3 = 8$ jednostek (cały syrop)

Ułamek:

$\frac{5}{8}$ Ułamek przedstawia pięć jednostek cukru na osiem jednostek całego roztworu, dzięki temu jesteśmy w stanie wyliczyć procent masy syropu do masy cukru.

Zamieniamy na procenty:

$$\frac{5}{8} \cdot 100\% = 62,5\%$$

ODPOWIEDŹ:

E. 62,5%

CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2020

Zadanie 9. (0–1)

Trójkąt, w którym długości boków są do siebie w stosunku 3 : 4 : 5 nazywa się trójkątem egipskim.

Z odcinków o jakich długościach nie można zbudować trójkąta egipskiego? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 6, 8, 10 B. 9, 12, 15 C. 12, 20, 25 D. 21, 28, 35

ROZWIĄZANIE:

Trójkąt, w którym długości boków są w stosunku 3:4:5, nazywamy trójkątem egipskim.

Mamy wybrać: z których długości boków NIE można zbudować trójkąta egipskiego?

Dowolna wielokrotność proporcji:

- $3k : 4k : 5k$

Czyli np.:

- 3, 4, 5
- 6, 8, 10 ($k = 2$)
- 9, 12, 15 ($k = 3$)
- 12, 16, 20 ($k = 4$)
- itd.

Sprawdźmy odpowiedzi:

A. 6, 8, 10

To jest:

$$3 \cdot 2, 4 \cdot 2, 5 \cdot 2$$

✓ Pasuje – można zbudować.

B. 9, 12, 15

To:

$$3 \cdot 3, 4 \cdot 3, 5 \cdot 3$$

✓ Pasuje – można zbudować.

C. 12, 20, 25

Sprawdźmy proporcje:

Podzielmy wszystko przez 1:

$12 : 20 : 25 \rightarrow$ spróbujmy uprościć

$$12/4 = 3, 20/4 = 5, 25/5 = 5$$

✗ Nie spełnia proporcji $3 : 4 : 5$.

D. 21, 28, 35

To:

$$3 \cdot 7, 4 \cdot 7, 5 \cdot 7$$

✓ Pasuje – można zbudować.

ODPOWIEDŹ:

C. 12, 20, 25



CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020

Zadanie 3. (0–1)

Trzej właściciele firmy – Adam, Janusz i Oskar – kupili samochód dostawczy za kwotę 154 000 zł. Kwoty wpłacone przez Adama, Janusza i Oskara są – odpowiednio – w stosunku $2 : 3 : 6$.

Jaką kwotę wpłacił Janusz? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 14 000 zł

B. 28 000 zł

C. 42 000 zł

D. 84 000 zł

ROZWIĄZANIE:

Trzej właściciele – Adam, Janusz, Oskar – kupili samochód za 154 000 zł.

Wpłaty są w stosunku 2 : 3 : 6. Ile wpłacił Janusz?

Krok 1 – suma udziałów

Dodajmy części:

$$2 + 3 + 6 = 11 \text{ części}$$

Krok 2 – ile wynosi 1 część?

$$\frac{154\,000}{11} = 14\,000$$

Krok 3 – Janusz ma 3 części:

$$3 \cdot 14\,000 = 42\,000 \text{ zł}$$

ODPOWIEDŹ:

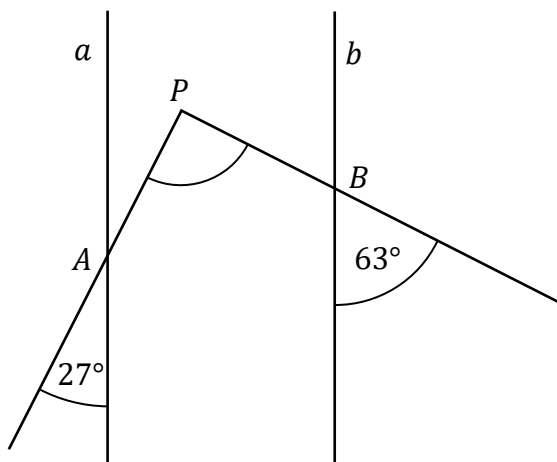
C. 42 000 zł

Proste, odcinki, kąty

CKE ZADANIE Z INFORMATORA 2024/2025

Zadanie 32. (0–2)

Proste a i b są równoległe. Półproste PA i PB przecinają te proste, w punktach A i B w wyniku czego tworzą z nimi kąty ostre o miarach podanych na rysunku.



Uzasadnij, że kąt APB jest prosty.

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- $a \parallel b$ (proste równoległe)
- miara kąta przy punkcie A to 27° (kąt ostry)
- miara kąta przy punkcie B to 63° (kąt ostry)

Krok 1 – kąty odpowiadające przy prostych równoległych

Jeśli $a \parallel b$, to kąty utworzone przez przecinające je półproste tworzą kąty odpowiadające, które mają taką samą miarę.

Przy liniach równoległych kąty odpowiadające są równe, więc:

- kąt 27° odpowiada kątowi utworzonemu przez prostą a i odcinek AP
- kąt 63° odpowiada kątowi utworzonemu przez prostą b i odcinek BP

Krok 2 – kąt APB

Kąt APB składa się z dwóch kątów: $27^\circ + 63^\circ = 90^\circ$

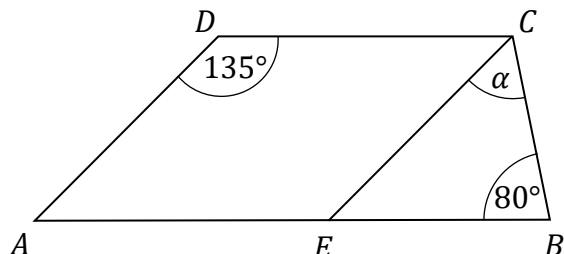
ODPOWIEDŹ:

Kąt $\angle APB$ jest prosty, ponieważ suma kątów 27° i 63° daje 90° .

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2024

Zadanie 5. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$, w którym bok AB jest równoległy do boku DC . W tym trapezie poprowadzono odcinek EC równoległy do boku AD , podano miary dwóch kątów oraz oznaczono kąt α (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąt α ma miarę

- A. 55° B. 50° C. 45° D. 20°

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- trapez $ABCD$, gdzie $AB \parallel DC$
- odcinek $EC \parallel AD$
- kąt przy D : 135°
- kąt przy B : 80° .

Szukamy kąta α .

W trójkącie CBE suma kątów wynosi 180° :

$$\begin{aligned} \angle CEB &= 80^\circ \text{ (dany)} \\ \angle CBE &= \alpha \\ \angle ECB &= x \end{aligned}$$

Skoro $EC \parallel AD$ oraz $AB \parallel DC$, to kąty ADC i AEC mają taką samą miarę.

$$\text{Kąt } AEC = 135^\circ$$

Kąty AEC i CEB tworzą kąt półpełny, zatem:

$$\text{kąt } CEB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Znając miary kątów CEB oraz EBC , wyliczamy miarę kąta ECB , czyli nasze α .

$$\alpha = 180^\circ - 45^\circ - 80^\circ = 45^\circ$$

ODPOWIEDŹ:

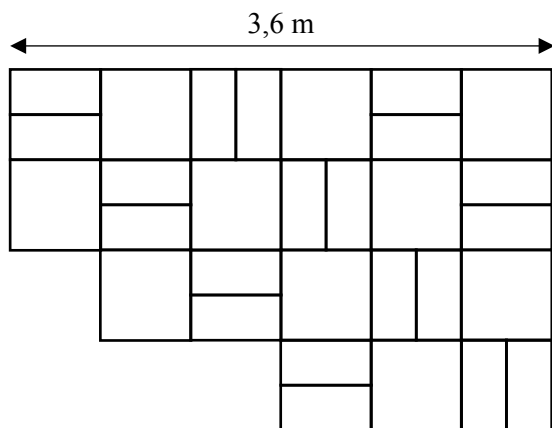
C. 45°

Geometria na płaszczyźnie, wielokąty

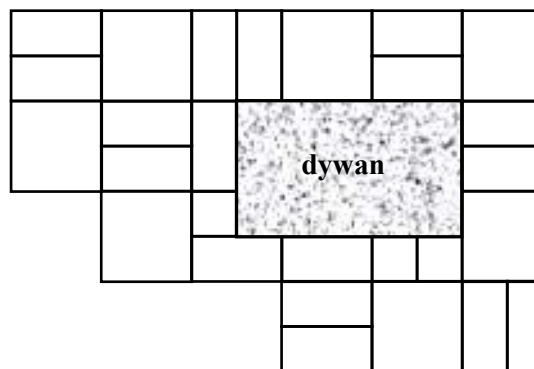
CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 5. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment podłogi pokrytej kafłami w kształcie kwadratów o boku długości 60 cm i kafłami w kształcie jednakowych prostokątów (patrz rysunek I). Na podłodze tej położono prostokątny dywan (patrz rysunek II).



Rysunek I. Podłoga bez dywanu



Rysunek II. Podłoga z dywanem

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dywan ma powierzchnię większą niż powierzchnia 4 kwadratowych kafli.	P	F
Dywan ma wymiary 90 cm × 120 cm.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Informacje z treści:

- kwadratowe kafelki mają bok długości 60 cm
- dywan leży na prostokątnych i kwadratowych kafłach
- mamy ocenić dwa zdania, analizując, ile miejsca zajmuje dywan.

Dywan ma wymiary 150 cm × 90 cm, bo zajmuje:

- 2,5 prostokątnego kafla poziomo ($2,5 \cdot 60 \text{ cm} = 150 \text{ cm}$)
- 1,5 prostokątnego kafla pionowo ($1,5 \cdot 60 \text{ cm} = 90 \text{ cm}$).

Powierzchnia dywanu:

$$1,5 \text{ m} \cdot 0,9 \text{ m} = 1,35 \text{ m}^2$$

Powierzchnia 4 kwadratowych kafli:

$$4 \cdot (0,6 \text{ m})^2 = 4 \cdot 0,36 \text{ m}^2 = 1,44 \text{ m}^2$$

Zatem dywan jest mniejszy niż 4 kafelki kwadratowe.

ODPOWIEDŹ:

F, F

Zadanie 12. (0–1)

W trójkącie ABC największą miarę ma kąt przy wierzchołku C . Miara kąta przy wierzchołku A jest równa 48° , a miara kąta przy wierzchołku B jest równa różnicy miary kąta przy wierzchołku C oraz miary kąta przy wierzchołku A .

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Kąt przy wierzchołku B ma miarę 48° .	P	F
Trójkąt ABC jest prostokątny.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- $\angle A = 48^\circ$
- $\angle B = \angle C - \angle A$

Suma kątów w trójkącie wynosi 180° , więc:

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$48^\circ + (\angle C - 48^\circ) + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C + \angle C = 180^\circ \Rightarrow 2 \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle C = 90^\circ$$

$$\angle A = 48^\circ, \angle C = 90^\circ, \angle B = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$$

Kąt przy wierzchołku B ma miarę 48° .

Falsz – kąt B ma 42° , nie 48° .

Trójkąt ABC jest prostokątny.

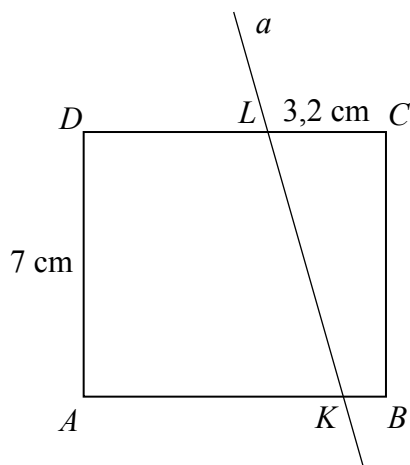
Prawda – kąt $C = 90^\circ$, więc trójkąt jest prostokątny.

ODPOWIEDŹ:

F, P

Zadanie 16. (0–2)

Prostokąt $ABCD$ o wymiarach 7 cm i 8 cm rozcięto wzdłuż prostej a na dwa trapezy tak, jak pokazano na rysunku. Odcinek CL ma długość 3,2 cm.



Pole trapezu $KBCL$ jest czterokrotnie mniejsze od pola prostokąta $ABCD$. Oblicz długość odcinka KB . Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- prostokąt $ABCD$: $7 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} = 56 \text{ cm}^2$
- odcinek $CL = 3,2 \text{ cm}$
- trapez $KBCL$ ma pole czterokrotnie mniejsze niż cały prostokąt $= \frac{1}{4} \cdot 56 = 14 \text{ cm}^2$
- wysokość trapezu $= 7 \text{ cm}$

Wysokość trapezu to wysokość prostokąta:

$$h = 7 \text{ cm}$$

Podstawy trapezu:

- górna podstawa: $CL = 3,2 \text{ cm}$
- dolna podstawa: $KB = ?$

Wzór na pole trapezu:

$$P = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$$

$$14 = \frac{1}{2}(x + 3,2) \cdot 7$$

$$28 = (3,2 + x) \cdot 7$$

$$4 = 3,2 + x$$

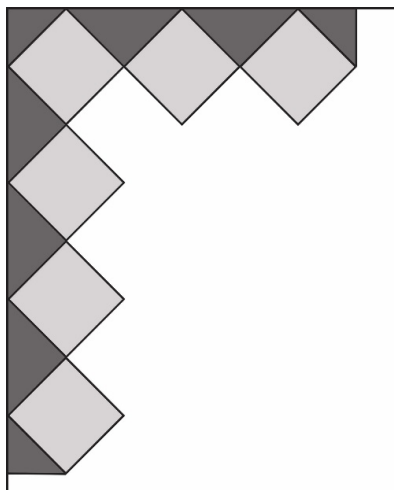
$$x = 4 - 3,2 = 0,8$$

ODPOWIEDŹ:

Długość odcinka KB wynosi 0,8 cm.

Zadanie 19. (0–3)

Agata postanowiła przygotować kartkę okolicznościową w kształcie prostokąta, ozdobioną wzorem dokładnie takim, jak przedstawiony na rysunku. Kartka ta będzie miała wymiary $15\text{ cm} \times 18\text{ cm}$. Do jej ozdobienia Agata chce użyć jednakowych kwadratów, których bok wyraża się całkowitą liczbą centymetrów. Niektóre z tych kwadratów będzie musiała przeciąć na dwie lub na cztery jednakowe części.



Oblicz maksymalną długość boku jednego kwadratu. Do obliczeń przyjmij przybliżenie $\sqrt{2} \approx 1,4$. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

1. Ograniczenie wynikające z krótszego boku kartki (15 cm)

Na szkicu widać, że wzdłuż krawędzi 15 cm mieszczą się trzy identyczne, lekko obrócone kwadraty. Oznacza to, że przekątna pojedynczego kwadratu nie może przekroczyć:

$$\frac{15}{3} = 5\text{ cm}$$

Dla kwadratu o boku a przekątna ma długość $a\sqrt{2}$. Zatem:

$$a\sqrt{2} \leq 5\text{ cm} \Rightarrow a \leq \approx 3,54\text{ cm}$$

Ponieważ bok ma być wyrażony w pełnych centymetrach, z tego ograniczenia otrzymujemy maksymalnie 3 cm.

2. Ograniczenie wynikające z dłuższego boku kartki (18 cm)

Analogicznie: wzdłuż krawędzi 18 cm widnieją cztery takie same kwadraty, więc ich przekątna nie może przekroczyć:

$$\frac{18}{4}\text{ cm} = 4,5\text{ cm}$$

Stąd:

$$a\sqrt{2} \leq 4,5\text{ cm} \Rightarrow a \leq \frac{4,5}{\sqrt{2}} \leq \approx 3,18\text{ cm}$$

Całkowity wymiar boku, który spełnia to ograniczenie, to ponownie 3 cm.

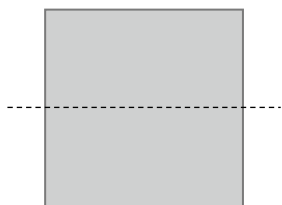
ODPOWIEDŹ:

Największy możliwy bok kwadratu, który da się rozmieścić zgodnie z rysunkiem, ma długość 3 cm.

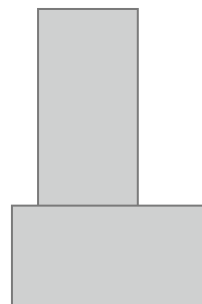
CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2019

Zadanie 10. (0–1)

Kwadrat o boku a przedstawiony na rysunku I rozcięto na dwa przystające prostokąty, z których ułożono figurę, jak na rysunku II. Pole ułożonej figury jest równe polu kwadratu.



Rysunek I

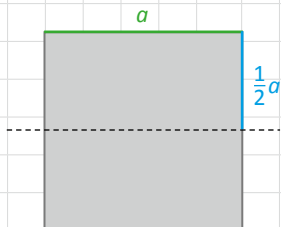


Rysunek II

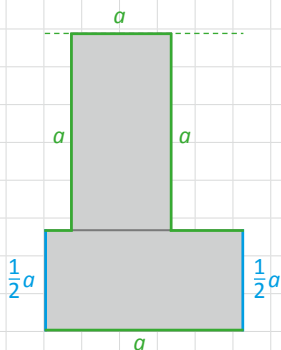
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Obwód ułożonej figury jest większy o $1,5a$ od obwodu kwadratu.	P	F
Obwód ułożonej figury jest równy $5a$.	P	F

ROZWIĄZANIE:



Rysunek I



Rysunek II

Obwód pierwszej figury nie stanowi żadnego problemu, jest to po prostu:

$$\text{Obw}_I = 4a$$

Zgodnie z naszym rysunkiem obwód drugiej figury jest równy:

$$\text{Obw}_{II} = \frac{1}{2}a + a + a + a + \frac{1}{2}a + a = 5a$$

Różnica między obwodem drugiej figury i pierwszej wynosi: $5a - 4a = a$. W związku z tym pierwsze zdanie jest fałszem.

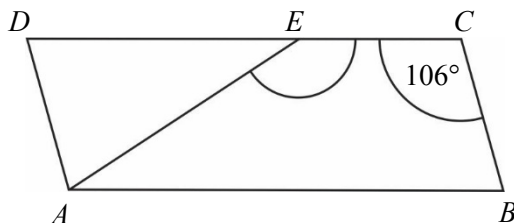
Zgodnie z obliczeniami wykonanymi w drugim kroku, obwód ułożonej figury jest faktycznie równy $5a$, zatem drugie zdanie jest prawdą.

ODPOWIEDŹ:

F, P

Zadanie 12. (0–1)

Na rysunku przedstawiono równoległobok $ABCD$ i trójkąt równoramienny AED , w którym $|DE| = |AE|$. Miara kąta BCE jest równa 106° .



Jaką miarę ma kąt AEC ? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 148°

B. 122°

C. 74°

D. 58°

ROZWIĄZANIE:

W równoległoboku kąty leżące przy tym samym boku sumują się do 180° .

Skoro $\angle BCD = 106^\circ$, to drugi kąt przy ramieniu BC ma:

Kąty przyległe do siebie sumują się do 180° :

$$\angle ABC = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$$

Kąty ABC i ADC leżą naprzeciwko siebie i mają równą miarę.

Odcinki AE i DE są równe, więc trójkąt ADE jest równoramienny.

Oznacza to, że kąty przy podstawie ($\angle ADE$ i $\angle DAE$) mają jednakową miarę: po 74° .

Suma kątów w trójkącie wynosi 180° , a zatem:

$$\angle AED = 180^\circ - 74^\circ - 74^\circ = 32^\circ$$

Kąty $\angle AED$ i $\angle AEC$ tworzą parę przyległą (razem dają linię prostą), więc ich miary łącznie dają 180° .

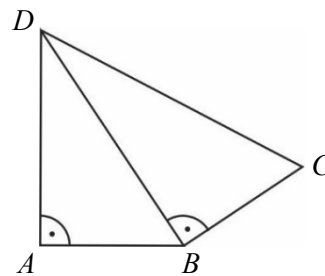
$$\angle AEC = 180^\circ - 32^\circ = 148^\circ$$

ODPOWIEDŹ:

A. 148°

Zadanie 13. (0–1)

Na rysunku przedstawiono czworokąt zbudowany z dwóch trójkątów prostokątnych. Dane są długości boków $|AB| = |BC| = 1$ oraz $|AD| = \sqrt{2}$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku CD jest równa

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 3 D. $2\sqrt{2}$

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- czworokąt zbudowany z dwóch trójkątów prostokątnych
- długości boków:
 - $|AB| = 1$
 - $|BC| = 1$
 - $|AD| = \sqrt{2}$

Trzeba obliczyć długość boku CD .

Krok 1 – obliczenie długości boku BD

Korzystając z Twierdzenia Pitagorasa, otrzymamy:

$$1^2 + (\sqrt{2})^2 = |BD|^2$$

$$1 + 2 = |BD|^2$$

$$|BD|^2 = 3$$

$$|BD| = \sqrt{3}$$

Krok 2 – obliczenie długości boku CD

Z rysunku wynika, że trójkąt BC jest trójkątem prostokątnym w którym znamy długości dwóch boków: $|BC| = 1$ oraz $|BD| = \sqrt{3}$. Korzystając z Twierdzenia Pitagorasa, możemy teraz obliczyć długość poszukiwanego boku CD :

$$1^2 + (\sqrt{3})^2 = |CD|^2$$

$$1 + 3 = |CD|^2$$

$$|CD|^2 = 4$$

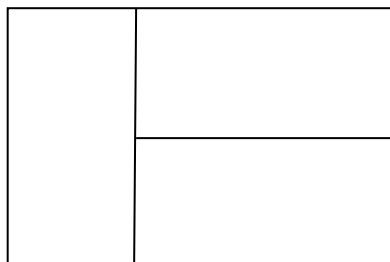
$$|CD| = 2$$

ODPOWIEDŹ:

B

Zadanie 20. (0–3)

Prostokątną działkę o powierzchni 3750 m^2 podzielono na trzy prostokątne działki o jednakowych wymiarach, w sposób przedstawiony na rysunku.



Jakie wymiary miała działka przed podziałem? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Z treści zadania:

- powierzchnia całej działki to 3750 m^2
- podzielono ją na 3 prostokątne działki o jednakowych wymiarach, jak na rysunku
- pytanie: jakie były wymiary działki przed podziałem?

Krok 1 – analiza rysunku

Na rysunku:

- Działka została podzielona na trzy jednakowe prostokąty:
 - jeden pionowo po lewej stronie
 - dwa poziomo po prawej stronie.

Z tego wynika:

- wysokość całej działki = wysokość jednego prostokąta
- szerokość całej działki = szerokość jednego prostokąta + $2 \cdot$ wysokość jednego prostokąta.

Krok 2 – oznaczenia

Niech:

- x – szerokość jednego prostokąta
- y – wysokość jednego prostokąta.

Wtedy:

- pole jednego prostokąta: $P = x \cdot y$
- cała działka składa się z 3 takich prostokątów: $3xy = 3750$.

A z rysunku:

- cała wysokość działki = y
- cała szerokość działki = $x + y$

Krok 3 – szukamy liczb, które pasują

Mamy równanie:

$$3xy = 3750 \Rightarrow xy = 1250$$

Szukamy liczb x i y , dla których $x \cdot y = 1250$ i da się je ułożyć jak na rysunku:

- wysokość działki = y
- szerokość działki = $x + y$

Spróbujmy kilka wartości.

Sprawdźmy:

Jeśli $x = 25$, to:

$$y = \frac{1250}{25} = 50$$

Wymiary działki:

- wysokość = $y = 50$
- szerokość = $x + y = 25 + 50 = 75$.

Sprawdźmy pole:

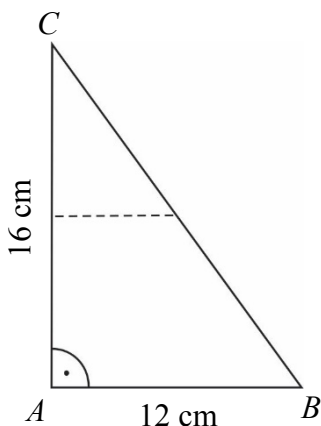
$$75 \cdot 50 = 3750$$

ODPOWIEDŹ:

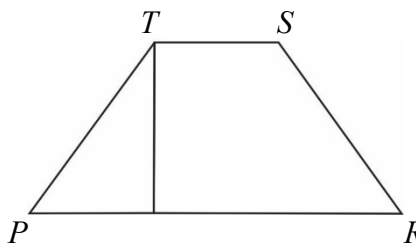
Wymiary działki przed podziałem to: 75 m × 50 m.

Zadanie 21. (0–3)

Paweł wyciął z kartonu trójkąt prostokątny ABC o przyprostokątnych 12 cm i 16 cm (rysunek I). Następnie połączył środki dłuższej przyprostokątnej i przeciwprostokątnej linią przerywaną równoległą do krótszej przyprostokątnej, a potem rozciął trójkąt ABC wzdłuż tej linii na dwie figury. Z tych figur złożył trapez $PRST$ (rysunek II).



Rysunek I



Rysunek II

Oblicz różnicę obwodów trójkąta ABC i trapezu $PRST$. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Równoległa do AB linia przerywana XY narysowana w trójkącie ABC połączyła środki dłuższej przyprostokątnej oraz przeciwprostokątnej.

W górnej części trójkąta ABC powstał nowy trójkąt CYX , którego miary kątów są identyczne do miar kątów trójkąta ABC .

Trójkąt CYX jest zatem podobny do trójkąta ABC , a długości jego boków są dwa razy mniejsze od odpowiadających im długości boków trójkąta ABC .

Zatem wnioskujemy:

$$|XY| = |TS| = |PZ| = 6 \text{ cm}$$

Zauważamy, że:

$$|CB| = |PT| + |SR|$$

oraz

$$|ZR| = |AB|$$

Zatem pomijamy w obliczeniach boki CB , PT i SR i porównujemy pozostałe krawędzie figur:

- dla trójkąta: $|AB| + |AC| = 12 \text{ cm} + 16 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$
- dla trapezu: $|TS| + |PR| = |TS| + |PZ| + |ZR| = 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$

Obliczamy różnicę obwodów:

$$28 \text{ cm} - 24 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

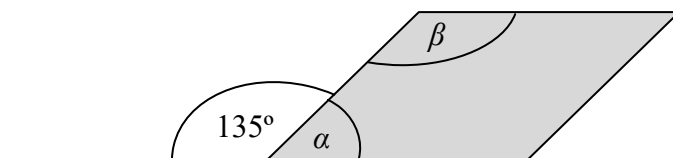
ODPOWIEDŹ:

Obwód trójkąta ABC przewyższa obwód trapezu $PRST$ o 4 cm.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2020

Zadanie 11. (0–1)

Figura zacieniowana na rysunku jest równoległobokiem.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Suma miar kątów α i β wynosi 180° .	P	F
Kąt α ma miarę 3 razy mniejszą niż kąt β .	P	F

ROZWIĄZANIE:

Figura to równoległobok.

Na rysunku zaznaczone są kąty:

- jeden to 135°
- drugi to α
- trzeci to β .

Własności równoległoboku:

- Przeciwległe kąty są równe.
- Kąty przyległe (obok siebie) są dopełniające się do 180° :
czyli $\alpha + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

Skoro tak, to:

- $\beta = 135^\circ$ (bo przeciwległy do danego kąta)
- $\alpha = 45^\circ$.

Suma miar kątów α i β wynosi 180° .

$$\alpha + \beta = 45^\circ + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow \text{PRAWDA}$$

Kąt α ma miarę 3 razy mniejszą niż kąt β .

Sprawdźmy:

$$\frac{135^\circ}{3} = 45^\circ = \alpha \Rightarrow \text{PRAWDA}$$

ODPOWIEDZ:

P, P

Zadanie 12. (0–1)

Na rysunku przedstawiono trójkąt równoramienny KLM o ramionach KM i LM . Miara kąta KML jest dwa razy większa niż miara kąta KLM .

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Miara kąta KLM jest równa

A	B
---	---

.

A. 40°

B. 45°

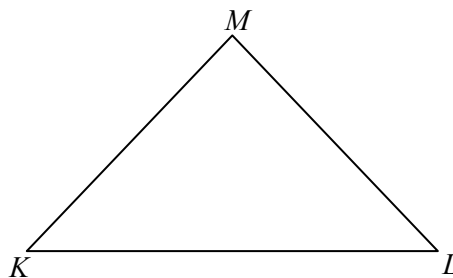
Trójkąt KLM jest

C	D
---	---

.

C. rozwartokątny

D. prostokątny



ROZWIĄZANIE:

Treść zadania:

- trójkąt KLM jest równoramienny, o ramionach $KM = LM$
- kąt przy wierzchołku M (czyli $\angle KML$) jest 2 razy większy niż kąt przy L (czyli $\angle KLM$).

Krok 1 – oznaczmy kąty

Ponieważ trójkąt jest równoramienny, to kąty przy podstawie są równe:

- $\angle KLM = \angle LKM = x$
- $\angle KML = 2x$

Suma kątów w trójkącie:

$$x + x + 2x = 4x = 180^\circ \rightarrow x = 45^\circ$$

Zatem

- $\angle KLM = 45^\circ$
- $\angle KML = 90^\circ$

Miara kąta KLM wynosi $45^\circ \rightarrow$ odpowiedź: B.

Krok 2 – jaki to rodzaj trójkąta?

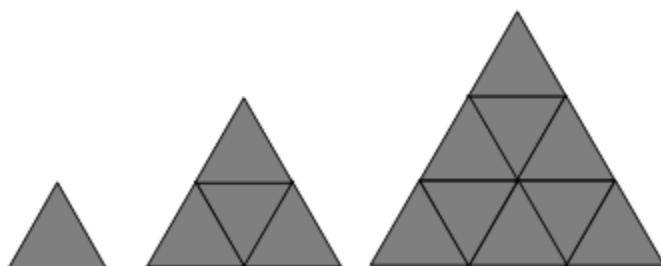
Wiemy już, że jeden z kątów (kąt KML) ma 90° , więc trójkąt KLM jest prostokątny \rightarrow odpowiedź: D.

ODPOWIEDŹ:

B, D

Zadanie 13. (0–1)

Małe trójkąty równoboczne o bokach długości 1 układano obok siebie tak, że uzyskiwano kolejne, coraz większe trójkąty równoboczne, według reguły przedstawionej na poniższym rysunku.



Ile małych trójkątów równobocznych należy użyć, aby ułożyć trójkąt równoboczny o podstawie równej 5? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 9

B. 16

C. 25

D. 50

ROZWIĄZANIE:

Co widać na rysunku?

- każdy większy trójkąt równoboczny zbudowany jest z małych trójkątów równobocznych o boku 1
- zasada: większy trójkąt ma podstawę z tyłu małych trójkątów, ile wynosi jego „poziom”.

Sprawdźmy przykłady z rysunku:

- podstawa 1 \rightarrow 1 mały trójkąt
- podstawa 2 $\rightarrow 1 + 2 + 3 = 4$ małe trójkąty
- podstawa 3 $\rightarrow 1 + 2 + 3 = 9$ małych trójkątów.

$$\text{Liczba trójkątów} = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Tutaj mówimy o układaniu pełnego trójkąta równobocznego z siatki trójkątów, więc:

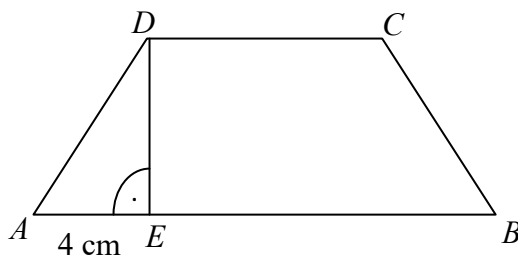
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

ODPOWIEDŹ:

C. 25

Zadanie 20. (0–3)

Trapez równoramienny $ABCD$, którego pole jest równe 72 cm^2 , podzielono na trójkąt AED i trapez $EBCD$. Odcinek AE ma długość równą 4 cm , a odcinek CD jest od niego 2 razy dłuższy. Oblicz pole trójkąta AED . Zapisz obliczenia.



ROZWIĄZANIE:

Trapez równoramienny $ABCD$ o polu 72 cm^2 , podzielono na trójkąt AED i trapez $EBCD$.

Długości podstaw trapezu:

odcinek CD jest dwa razy dłuższy od AE , więc:

$$CD = 2 \cdot 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

Trapez jest równoramienny, zatem wysokość opuszczona z punktu C pada na AB w punkcie F w taki sposób, że $FB = AE = 4 \text{ cm}$.

Dolna podstawa ma więc:

$$AB = 4 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$

Pole trapezu obliczamy ze wzoru:

$$P = \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$$

Dane: $P = 72 \text{ cm}^2$, $a = 16 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$

$$\Rightarrow h = 6 \text{ cm}$$

Podstawa $AE = 4 \text{ cm}$, wysokość $ED = 6 \text{ cm}$:

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h \Rightarrow P = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12 \text{ cm}^2$$

ODPOWIEDŹ:

Pole trójkąta AED wynosi 12 cm^2 .

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020

Zadanie 11. (0–1)

Kąt ostry rombu ma miarę 60° , a bok tego rombu ma długość równą 4 cm.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Krótsza przekątna dzieli ten romb na dwa trójkąty równoboczne.	P	F
Pole tego rombu jest równe $8\sqrt{3}$ cm ² .	P	F

ROZWIĄZANIE:

W rombie, którego kąty ostre mają 60° , kąty rozwarte wynoszą 120° , ponieważ przy jednym boku ich suma to 180° . Przekątne rombu przecinają kąty na połowę. Ta krótsza łączy wierzchołki kątów rozwartych, więc rozcina każdy kąt 120° na dwa kąty po 60° . Otrzymujemy więc trójkąty o trzech kątach 60° , a zatem równoboczne. Pierwsze zdanie jest zatem prawdziwe.

Pole tego rombu jest równe $8\sqrt{3}$.

Ustaliliśmy, że nasz romb składa się z dwóch trójkątów równobocznych o boku 4 cm.

Korzystając ze wzoru, obliczamy pole jednego takiego trójkąta, a następnie mnożymy je przez 2, aby otrzymać pole rombu.

$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$P_r = 2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$P_r = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$P_r = \frac{16\sqrt{3}}{2}$$

$$P_r = 8\sqrt{3}$$

Zdanie jest prawdziwe.

ODPOWIEDŹ:

P, P

Zadanie 14. (0–1)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 10 cm. W tym trójkącie poprowadzono wysokość CD .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód trójkąta ADC jest równy

- A. $10\sqrt{3}$ cm B. $20\sqrt{3}$ cm C. $(5 + 5\sqrt{3})$ cm D. $(15 + 5\sqrt{3})$ cm

ROZWIĄZANIE:

Dane z zadania:

- trójkąt równoboczny ABC
- bok: 10 cm
- wysokość: odcinek CD , poprowadzony z wierzchołka C do boku AB
- mamy obliczyć obwód trójkąta ADC .

Krok 1 – własności trójkąta równobocznego

W trójkącie równobocznym:

- każda wysokość dzieli trójkąt na dwa przystające trójkąty prostokątne
- wysokość dzieli podstawę na pół.

Zatem:

- $AD = \frac{10}{2} = 5$ cm
- CD = wysokość trójkąta równobocznego.

Wzór na wysokość w trójkącie równobocznym o boku a :

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

Krok 2 – obwód trójkąta ADC

Trójkąt ADC ma boki:

- $AD = 5$
- $DC = 5\sqrt{3}$
- $AC = 10$ (bok trójkąta równobocznego)

Zatem:

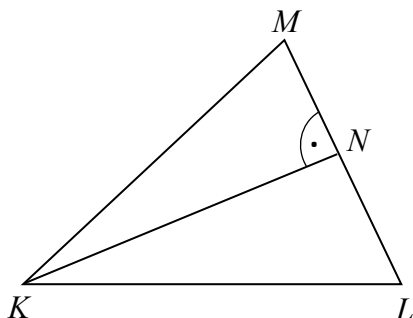
$$\text{Obwód} = AD + DC + AC = 5 + 5\sqrt{3} + 10 = 15 + 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

ODPOWIEDŹ:

- D. $(15 + 5\sqrt{3})$ cm

Zadanie 15. (0–1)

W trójkącie KLM poprowadzono wysokość KN . Długości niektórych odcinków opisano za pomocą wyrażeń algebraicznych: $|KL| = 2y$, $|LM| = 2x$, $|KN| = k + 1$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta KLM opisano wyrażeniem

A. $x(k + 1)$

B. $2x(k + 1)$

C. $y(k + 1)$

D. $2y(k + 1)$

ROZWIĄZANIE:

Wzory:

- $|KL| = 2y$
- $|LM| = 2x$
- $|KN| = k + 1 \rightarrow$ wysokość

Wysokość KN jest prostopadła do boku LM – więc to nasza wysokość h do podstawy LM .

Pole trójkąta:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \text{podstawa} \cdot \text{wysokość} = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot (k + 1) = x(k + 1)$$

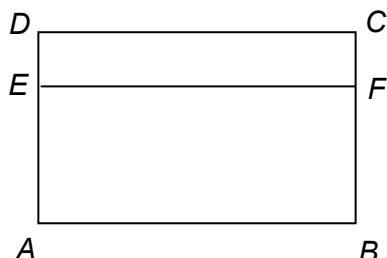
ODPOWIEDŹ:

A. $x(k+1)$

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021

Zadanie 13. (0–1)

Prostokąt $ABCD$ podzielono odcinkiem EF na dwa prostokąty. Odcinek EF ma długość 11 cm, a odcinek ED ma długość 2 cm. Pole prostokąta $EFCD$ stanowi $\frac{2}{7}$ pola prostokąta $ABCD$.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 77 cm^2 .	P	F
Odcinek AE ma długość 7 cm.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- odcinek $EF = 11 \text{ cm}$ (to szerokość prostokąta)
- odcinek $ED = 2 \text{ cm}$ (to wysokość górnego prostokąta $EFCD$)
- pole prostokąta $EFCD$ to $\frac{2}{7}$ pola prostokąta $ABCD$

Krok 1 – pole prostokąta $EFCD$

$$P_{EFCD} = 11 \cdot 2 = 22 \text{ cm}^2$$

To stanowi $\frac{2}{7}$ pola całego prostokąta:

$$\frac{2}{7} \cdot P_{ABCD} = 22 \text{ cm} \Rightarrow P_{ABCD} = \frac{22 \cdot 7}{2} = 77 \text{ cm}^2$$

Zdanie pierwsze jest prawdziwe.

Krok 2 – wysokość całego prostokąta

Całkowite pole:

$$P = a \cdot h = 11 \cdot h = 77 \Rightarrow h = \frac{77}{11} = 7 \text{ cm}$$

Odcinek AE to dolna część wysokości:

$$AE = 7 - 2 = 5 \text{ cm}$$

Zdanie jest fałszywe.

ODPOWIEDŹ:

P, F

Zadanie 14. (0–1)

Bok rombu ma długość 17 cm, a jedna z jego przekątnych ma długość 30 cm.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego rombu jest równe

A. 120 cm²

B. 240 cm²

C. 255 cm²

D. 480 cm²

ROZWIĄZANIE:

Dane z zadania:

bok rombu: $a = 17$ cm

jedna z przekątnych: $e = 30$ cm

Krok 1 – wzór na pole rombu z przekątnymi

$$P = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$$

Mamy tylko jedną przekątną: $d_1 = 30$.

Musimy znaleźć drugą przekątną d_2 .

Krok 2 – romb dzielony przekątnymi tworzy cztery trójkąty prostokątne.

Przekątne przecinają się pod kątem prostym i dzielą się na połowy.

Tworzą się trójkąty prostokątne o przyprostokątnych:

- $\frac{30}{2} = 15$ cm

- $\frac{d_2}{2}$

A przeciwprostokątna to bok rombu: 17 cm.

Z twierdzenia Pitagorasa:

$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 + 15^2 = 17^2$$

$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = 289 - 225 = 64$$

$$\frac{d_2}{2} = 8$$

$$d_2 = 16$$

Krok 3 – obliczenie pola

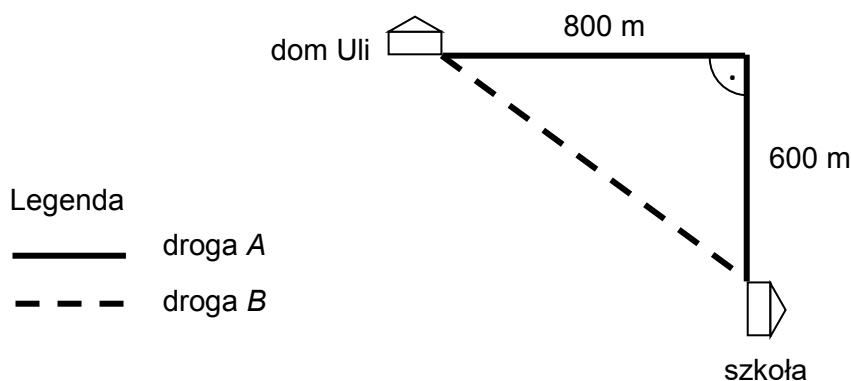
$$P = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 16 = \frac{420}{2} = 240 \text{ cm}^2$$

ODPOWIEDŹ:

B. 240 cm²

Zadanie 17. (0–3)

Na rysunku pokazano plan dwóch dróg, którymi Ula chodzi do szkoły.



Przyjmij, że Ula porusza się ze stałą prędkością $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oblicz, o ile minut krócej Ula idzie do szkoły drogą B niż drogą A. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Dane z treści:

- droga A: najpierw 800 m w prawo, potem 600 m w dół \Rightarrow razem: $800 + 600 = 1400$ m
- droga B: odcinek przekątnej w trójkącie prostokątnym
- prędkość Uli: 4 km/h

Krok 1 – oblicz długość drogi B (przekątna)

To przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego, korzystamy zatem z twierdzenia Pitagorasa:

$$\text{droga B} = \sqrt{800^2 + 600^2} = \sqrt{640000 + 360000} = \sqrt{1000000} = 1000 \text{ m}$$

Krok 2 – oblicz czas przejścia obu dróg

Prędkość: 4 km/h

$$\text{Wzór na czas: } t = \frac{s(\text{droga})}{V(\text{prędkość})}$$

Droga A (1400 m = 1,4 km):

$$t_A = \frac{1,4}{4} = 0,35 \text{ h}$$

Droga B (1000 m = 1 km):

$$t_B = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ h}$$

Krok 3 – różnica czasu

$$0,35 \text{ h} - 0,25 \text{ h} = 0,1 \text{ h}$$

Proszę nas o podanie tego czasu w minutach, a skoro jedna godzina to 60 minut, to:

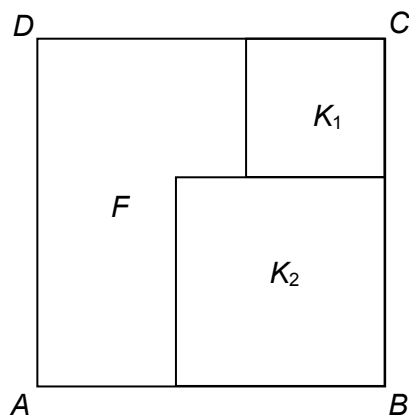
$$0,1 \cdot 60 \text{ min} = 6 \text{ min}$$

ODPOWIEDŹ:

Ula idzie do szkoły drogą B o 6 minut krócej niż drogą A.

Zadanie 19. (0–3)

Na rysunku przedstawiono kwadrat $ABCD$ o polu 400 cm^2 . Figurę tę podzielono na kwadrat K_1 o polu 49 cm^2 i kwadrat K_2 oraz figurę F (patrz rysunek).



Oblicz obwód figury F . Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

1. Bok dużego kwadratu $ABCD$

Pole wynosi 400 cm^2

Długość boku obliczamy ze wzoru $P = a^2$

$$a = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

2. Bok kwadratu K_1

Pole K_1 to 49 cm^2 więc:

$$a_1 = \sqrt{49} = 7 \text{ cm}$$

3. Bok kwadratu K_2

Kwadrat K_2 uzupełnia bok BC dużego kwadratu (20 cm), po odjęciu boku K_1 (7 cm):

$$a_2 = 20 \text{ cm} - 7 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$$

4. Obwód figury F

Z rysunku widać, że po zsumowaniu odpowiednich krawędzi figury otrzymujemy

$$20 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 13 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 13 \text{ cm} = 66 \text{ cm}$$

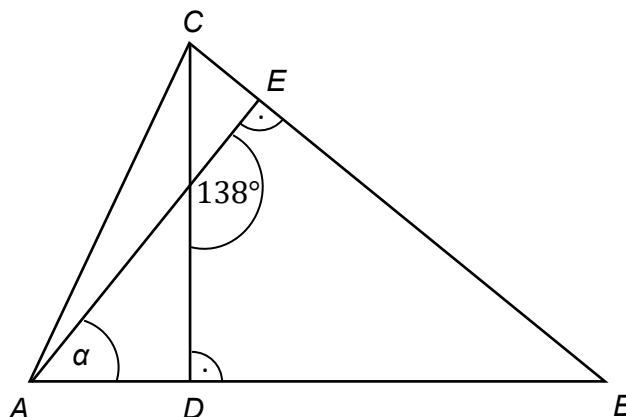
ODPOWIEDŹ:

Obwód figury F jest równy 66 cm .

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021

Zadanie 12. (0–1)

W trójkącie ABC narysowano dwie wysokości: CD i AE , jak na rysunku. Kąt rozwarty pomiędzy tymi wysokościami jest równy 138° .



Jaką miarę ma kąt α zaznaczony na rysunku? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 38° B. 42° C. 45° D. 48°

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – co to znaczy „kąt między wysokościami”?

Wysokości AE i CD są prostopadłe odpowiednio do boków BC i AB .

Zatem kąt między tymi wysokościami (138°) to kąt pomiędzy prostymi prostopadłymi do boków BC i AB .

Czyli:

- kąt między wysokościami = kąt rozwarty utworzony przez proste prostopadłe do boków AB i BC
- ten kąt jest dopełnieniem kąta A do 180° .

Zwróćmy teraz uwagę, że kąt ESD oraz ASD to kąty przyległe, czyli takie, których łączna miara jest równa 180° .

Skoro tak, to kąt ASD ma miarę:

$$|\sphericalangle ASD| = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$$

Spójrzmy teraz na trójkąt prostokątny ADS . Skoro kąt ASD ma miarę 42° , to:

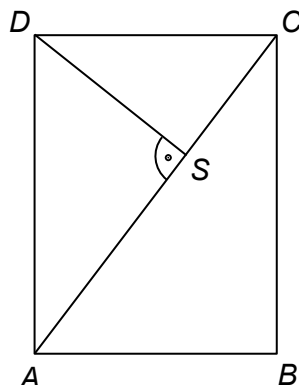
$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

ODPOWIEDŹ:

D. 48°

Zadanie 19. (0–3)

Dany jest prostokąt $ABCD$ o wymiarach 12 cm i 16 cm. Odcinek AC jest przekątną tego prostokąta. Odcinek DS jest wysokością trójkąta ACD (patrz rysunek).



Oblicz długość odcinka DS . Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Dane z treści:

- prostokąt $ABCD$
- wymiary:
 - $AB = 16$ cm (dłuższy bok)
 - $AD = 12$ cm (krótszy bok)
- przekątna: AC
- DS jest wysokością trójkąta ACD , poprowadzoną z wierzchołka D do boku AC .

Krok 1 – oblicz długość przekątnej AC

$$AB = 16 \text{ cm}, AD = 12 \text{ cm}$$

$$AC = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

Krok 2 – oblicz pole trójkąta ACD

$$P = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 96 \text{ cm}^2$$

Krok 3 – oblicz wysokość DS

$$96 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot DS \Rightarrow 96 = 10 \cdot DS$$

$$\Rightarrow DS = 9,6 \text{ cm}$$

ODPOWIEDŹ:

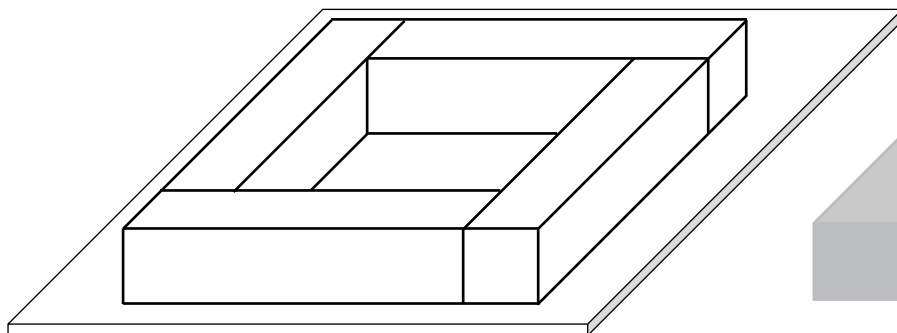
Długość odcinka DS wynosi 9,6 cm.

Geometria przestrzenna

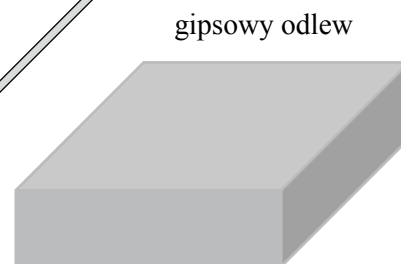
CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 14. (0–1)

Cztery jednakowe drewniane elementy, każdy w kształcie prostopadłościanu o wymiarach $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 9\text{ cm}$, przyklejono do metalowej płytki w sposób pokazany na rysunku I.



Rysunek I



Rysunek II

W ten sposób przygotowano formę, którą wypełniono masą gipsową, i tak otrzymano gipsowy odlew w kształcie prostopadłościanu, pokazany na rysunku II.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Objętość drewna, z którego zbudowano formę, jest równa

A	B
---	---

.

A. 144 cm^3

B. 36 cm^3

Objętość gipsowego odlewu jest równa

C	D
---	---

.

C. 162 cm^3

D. 98 cm^3

ROZWIĄZANIE:

Treść zadania:

- mamy 4 jednakowe drewniane prostopadłościany o wymiarach: $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 9\text{ cm}$
- z tych elementów zbudowano ramkę (formę), którą zalano gipsem
- na rysunku II widać gipsowy odlew – to pełny prostopadłościan.

Krok 1 – oblicz objętość jednego elementu drewnianego

$$V_{1\text{ klocek}} = 2 \cdot 2 \cdot 9 = 36\text{ cm}^3$$

4 takie elementy:

$$V_{\text{drewno}} = 4 \cdot 36 = 144\text{ cm}^3$$

ODPOWIEDŹ:

A. 144 cm^3

Krok 2 – objętość całego gipsowego odlewu

Zauważ, że kształt gipsowego odlewu na rysunku II to pełny prostopadłościan, który „uzupełnia” pustą przestrzeń wewnątrz ramki.

A zatem:

- cały odlew = „drewniana forma z dziurą” + „wypełniona dziura”.
- czyli gipsowy odlew = cała bryła (w tym „dziura” = miejsce po drewnie).

Z rysunku:

- odlew ma wymiary:
 - wysokość = 2 cm
 - szerokość = 7 cm
 - długość = 7 cm

Obliczamy objętość odlewu:

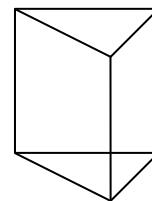
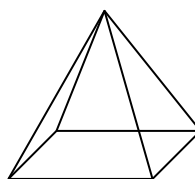
$$V_{\text{odlew}} = V_{\text{pełny prostopadłościan}} = 7 \cdot 7 \cdot 2 = 98 \text{ cm}^3$$

ODPOWIEDŹ:

D. 98 cm³

Zadanie 15. (0–1)

Na rysunkach przedstawiono ostrosłup prawidłowy i graniastosłup prawidłowy. Wszystkie krawędzie obu brył są jednakowej długości.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Suma długości wszystkich krawędzi ostrosłupa jest większa niż suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa.	P	F
Całkowite pole powierzchni ostrosłupa jest większe niż całkowite pole powierzchni graniastosłupa.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Suma długości wszystkich krawędzi ostrosłupa jest większa niż suma długości wszystkich krawędzi graniastosłupa.

1. Ustal oznaczenie długości krawędzi:

- każda krawędź ma długość a

2. Policz krawędzie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego:

- 4 krawędzie podstawy
- 4 krawędzie boczne

$$4 + 4 = 8 \text{ krawędzi}$$

3. Policz krawędzie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego:

- 3 krawędzie górnej podstawy
 - 3 krawędzie dolnej podstawy
 - 3 krawędzie boczne
- $3 + 3 + 3 = 9$ krawędzi

4. Wyznacz sumy długości krawędzi

$$S_{ost.} = 8a$$

$$S_{gran.} = 9a$$

5. Porównaj:

$$8a < 9a$$

Zatem zdanie jest fałszywe.

Całkowite pole powierzchni ostrosłupa jest większe niż całkowite pole powierzchni graniastosłupa.

1. Jaka jest różnica między kwadratem a trójkątem równobocznym o tej samej krawędzi a ?

- kwadrat: a^2
- trójkąt równoboczny: tylko $0,433 a^2$ (mniej niż połowa pola kwadratu)

2. Ile takich ścian ma każda bryła?

Bryła	kwadraty	trójkąty
Ostrosłup	1	4
Graniastosłup	3	2

Co z tego wynika?

- graniastosłup ma o 2 kwadraty więcej niż ostrosłup
- graniastosłup ma o 2 trójkąty mniej niż ostrosłup
- zamiana każdego trójkąta na kwadrat zwiększa pole (bo kwadrat > trójkąt).

4. Wniosek

Skoro graniastosłup „dokłada” dwa większe kwadraty i „zdejmuje” dwa mniejsze trójkąty, jego powierzchnia całkowita musi być większa.

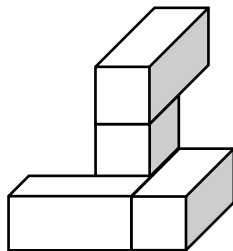
Drugie zdanie jest więc fałszywe.

ODPOWIEDŹ:

F, F

Zadanie 18. (0–2)

Cztery jednakowe prostopadłościennie klocki, każdy o wymiarach $2\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$, ułożono tak, jak przedstawiono na rysunku.



Następnie do tej budowli dołożono sześciennie klocki o krawędzi długości 1 cm tak, aby powstał prostopadłościan najmniejszy z możliwych.

Uzpełnij zdania. Wpisz w każdą lukę odpowiednią liczbę.

Liczba sześciennych klocków o krawędzi długości 1 cm , które należy dołożyć do budowli, jest równa _____. Najmniejszy z możliwych prostopadłościanów, który w ten sposób otrzymano, ma wymiary ___ $\text{cm} \times$ ___ $\text{cm} \times$ ___ cm .

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – ustalenie wymiarów docelowego prostopadłościanu

Po uzupełnieniu brakujących klocków cała bryła ma tworzyć sześcian o krawędzi:

$$3\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$$

Krok 2 – objętość docelowej bryły

$$V_{\text{całkowita}} = 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 27\text{ cm}^3$$

Krok 3 – objętość klocków już wstawionych

W bryle leżą cztery prostopadłościany o wymiarach $2\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$.

$$V_{\text{jeden}} = 2\text{ cm} \cdot 1\text{ cm} \cdot 1\text{ cm} = 2\text{ cm}^3$$

$$V_{\text{razem}} = 4 \cdot 2\text{ cm}^3 = 8\text{ cm}^3$$

Krok 4 – objętość pustej przestrzeni

$$V_{\text{puste}} = 27\text{ cm}^3 - 8\text{ cm}^3 = 19\text{ cm}^3$$

Krok 5 – przeliczenie na sześciennie klocki 1 cm^3

Każdy dodatkowy klocek ma objętość 1 cm^3 , więc liczba potrzebnych klocków to:

$$\frac{19}{1} = 19$$

ODPOWIEDŹ:

Liczba sześciennych klocków: 19

Wymiary prostopadłościanu: $3\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2019

Zadanie 14. (0–1)

W koszu były 203 jednakowe sześciennie klocki. Zbudowano z nich możliwie największy sześcian, a pozostałe odłożono.

Ile klocków odłożono? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 150 B. 125 C. 78 D. 53

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – objętość sześcianu (czyli liczba klocków = n^3)

Szukamy największej liczby całkowitej n , dla której:

$$n^3 \leq 203$$

Sprawdzamy po kolei:

- $5^3 = 125$
- $6^3 = 216 \leftarrow$ za dużo

Największy możliwy sześcian ma:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ klocków}$$

Krok 2 – oblicz, ile klocków odłożono

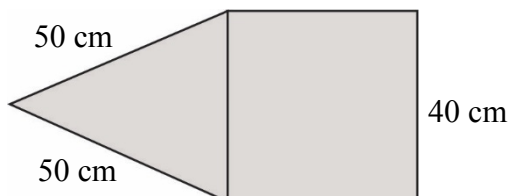
$$203 - 125 = 78$$

ODPOWIEDŹ:

C. 78

Zadanie 15. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment siatki ostrosłupa prawidłowego czworokątnego.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma długości wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa

- A. 560 cm B. 360 cm C. 260 cm D. 220 cm

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – policzmy liczbę krawędzi

- 4 krawędzie podstawy (kwadrat) $\rightarrow 4 \cdot 40$ cm
- 4 krawędzie boczne (od wierzchołka do każdego wierzchołka podstawy) $\rightarrow 4 \cdot 50$ cm.

Krok 2 – oblicz sumę długości wszystkich krawędzi

$$4 \cdot 40 + 4 \cdot 50 = 160 + 200 = 360 \text{ cm}$$

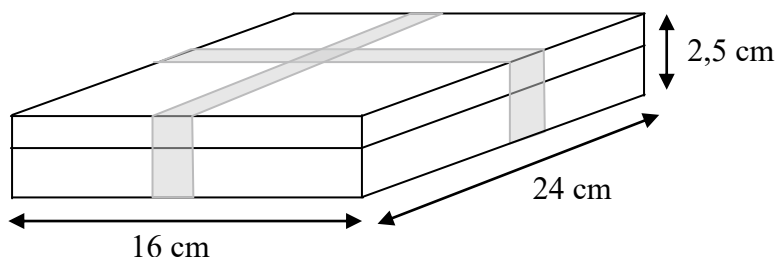
ODPOWIEDŹ:

B. 360 cm

GKE **CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2020**

Zadanie 21. (0–3)

Pudełko w kształcie prostopadłościanu o wymiarach przedstawionych na rysunku zawiera 32 czekoladki. Każda czekoladka ma kształt prostopadłościanu o wymiarach 2 cm, 2 cm i 1,5 cm. Ile procent objętości pudełka stanowi objętość wszystkich czekoladek? Zapisz obliczenia.



ROZWIĄZANIE:

Dane z treści:

- wymiary pudełka:
 $24 \text{ cm} \times 16 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}$
- liczba czekoladek: 32
- wymiary jednej czekoladki:
 $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm}$

Krok 1 – objętość pudełka

$$V_{\text{pudełko}} = 24 \cdot 16 \cdot 2,5 = 960 \text{ cm}^3$$

Krok 2 – objętość jednej czekoladki

$$V_{\text{czekoladka}} = 2 \cdot 2 \cdot 1,5 = 6 \text{ cm}^3$$

Krok 3 – objętość wszystkich czekoladek

$$32 \cdot 6 = 192 \text{ cm}^3$$

Krok 4 – oblicz, ile procent objętości pudełka zajmują czekoladki

$$\frac{192}{960} \cdot 100\% = 20\%$$

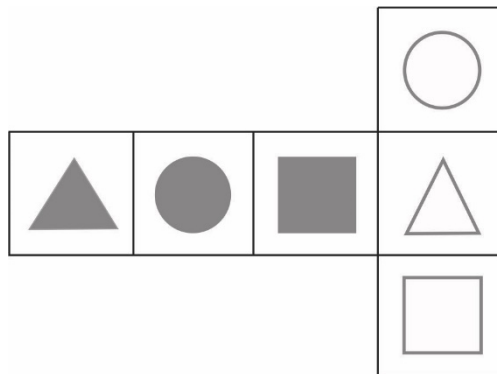
ODPOWIEDŹ:

Czekoladki stanowią 20% objętości pudełka.

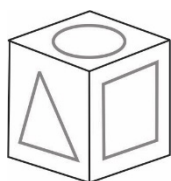
CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020

Zadanie 9. (0–1)

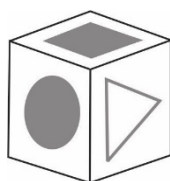
Na kartonowej siatce sześciianu Mariusz nakleił 6 figur tak, jak pokazano na rysunku. Następnie z tej siatki skleił kostkę.



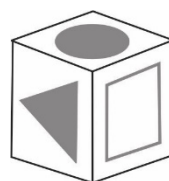
Który rysunek przedstawia kostkę sklejoną przez Mariusza? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



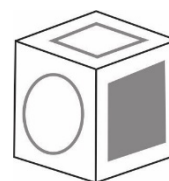
A.



B.



C.



D.

ROZWIĄZANIE:

Zwracamy uwagę na przeciwległe ściany:

- czarny trójkąt i czarny kwadrat – przeciwległe,
- czarne koło i biały trójkąt – przeciwległe
- białe koło i biały kwadrat – przeciwległe

Zatem żadne z tych par nie mogą znajdować się obok siebie na gotowej kostce.

Sprawdźmy odpowiedzi:

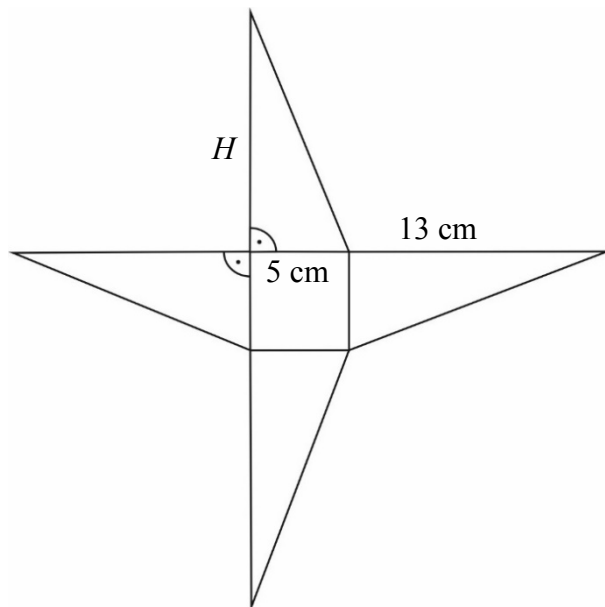
- A:** Biały okrąg i biały trójkąt obok siebie ✘ (są przeciwległe).
- B:** Czarne koło i biały trójkąt obok siebie ✘ (biały trójkąt ma być naprzeciw czarnego koła).
- C:** Czarny trójkąt, czarne koło i biały kwadrat – wszystko się zgadza ✓
- D:** Biały okrąg i biały kwadrat obok siebie ✘ (a są przeciwległe).

ODPOWIEDŹ:

C

Zadanie 21. (0–3)

Podstawą ostrosłupa o wysokości H jest kwadrat. Na rysunku przedstawiono siatkę i podano długości niektórych krawędzi tego ostrosłupa.



Oblicz objętość tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat, a jego wysokość to H . Z rysunku:

- krawędź boczna ma długość 13 cm
- odległość od środka podstawy do wierzchołka kwadratu (czyli połowa przekątnej) to 5 cm.

Krok 1 – rozpoznaj trójkąt prostokątny

Spójrzmy na jeden z trójkątów bocznych ostrosłupa. Mamy trójkąt prostokątny:

- jedna przyprostokątna: 5 cm
- przeciwprostokątna: 13 cm
- druga przyprostokątna: H – szukana wysokość ostrosłupa.

Użyjemy twierdzenia Pitagorasa:

$$H^2 + 5^2 = 13^2$$

$$H^2 + 25 = 169$$

$$H^2 = 169 - 25 = 144$$

$$H = 12 \text{ cm}$$

Wysokość ostrosłupa to 12 cm.

Wzór na objętość ostrosłupa:

$$v = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

Podstawiamy:

$$v = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 12 = 100 \text{ cm}^3$$

ODPOWIEDŹ:

Objętość ostrosłupa wynosi 100 cm^3 .

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021

Zadanie 15. (0–1)

Dwa sześciany – jeden o krawędzi 2 i drugi o krawędzi 3 – pocięto na sześciany o krawędzi 1. Z otrzymanych sześcianów zbudowano prostopadłościan. Żadna ściana tego prostopadłościanu nie jest kwadratem.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni zbudowanego prostopadłościanu jest równe

A. 35

B. 47

C. 94

D. 142

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – policz, ile małych sześcianów powstało:

- z sześcianu o krawędzi 2:
 $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ małych sześcianów
- z sześcianu o krawędzi 3:
 $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ małych sześcianów

Razem: $8 + 27 = 35$ małych sześcianów

Krok 2 – zbuduj prostopadłościan z 35 sześcianów

Musimy znaleźć takie wymiary (a, b, c), żeby:

$$a \cdot b \cdot c = 35$$

i żadne dwie długości nie mogą być równe (bo żadna ściana nie jest kwadratem).

Rozkład liczby 35:

$$35 = 5 \cdot 7 \cdot 1$$

Możemy ułożyć prostopadłościan o wymiarach: $1 \times 5 \times 7$.

Krok 3 – oblicz pole powierzchni prostopadłościanu

wzór:

$$P = 2(ab + bc + ac)$$

Podstawiamy:

$$P = 2(1 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 1 \cdot 7) = 2(5 + 35 + 7) = 2 \cdot 47 = 94$$

ODPOWIEDŹ:

C. 94

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021

Zadanie 14. (0–1)

Skrzynia ma kształt prostopadłościanu. Podłoga skrzyni ma wymiary 1,5 m i 1,2 m, a wysokość skrzyni jest równa 1 m. Piasek wsypany do skrzyni zajmuje $\frac{3}{4}$ jej pojemności.

Ile metrów sześciennych piasku wsypano do skrzyni? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. $1,8 \text{ m}^3$ B. $0,45 \text{ m}^3$ C. $1,35 \text{ m}^3$ D. $2,4 \text{ m}^3$

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – oblicz objętość skrzyni

Wzór na objętość prostopadłościanu:

$$V = a \cdot b \cdot h$$

Podstawiamy:

$$V = 1,5 \cdot 1,2 \cdot 1 = 1,8 \text{ m}^3$$

Całkowita objętość skrzyni to $1,8 \text{ m}^3$.

Krok 2 – oblicz objętość piasku ($\frac{3}{4}$ objętości)

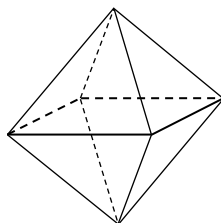
$$\text{Objętość piasku} = \frac{3}{4} \cdot 1,8 = \frac{3 \cdot 1,8}{4} = 1,35 \text{ m}^3$$

ODPOWIEDŹ:

- C. $1,35 \text{ m}^3$

Zadanie 15. (0–1)

Staś ma dwa jednakowe klocki w kształcie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, każdy o polu powierzchni całkowitej 80 cm^2 . Podstawa i ściana boczna klocka mają równe pola. Staś skleił oba klocki podstawami tak, jak na rysunku.



Jakie pole powierzchni ma bryła otrzymana przez Stasia? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 112 cm^2 B. 128 cm^2 C. 144 cm^2 D. 160 cm^2

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – co wiemy o jednym ostrosłupie?

Składa się z:

- 1 podstawy
- 4 trójkątnych ścian bocznych.

Razem 5 ścian. Wiemy też:

- pole całkowite = 80 cm^2
- podano, że pole podstawy = pole jednej ściany bocznej.

Oznaczmy:

- x – pole podstawy
- ponieważ wszystkie ściany boczne mają równe pole x , mamy 4 takie ściany.

Więc:

$$x + 4x = 5x = 80$$

$$\Rightarrow x = \frac{80}{5} = 16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Pole podstawy} = 16 \text{ cm}^2$$

$$\text{Pole każdej ściany bocznej} = 16 \text{ cm}^2$$

Krok 2 – zbudowana bryła (sklejone podstawy)

Po sklejeniu dwóch ostrosłupów podstawy nie są widoczne – nie liczymy ich do pola powierzchni.

Mamy więc:

- 2 ostrosłupy
- każdy ma 4 ściany boczne
- każda z tych ścian ma pole 16 cm^2 .

Razem:

$$2 \cdot 4 \cdot 16 = 8 \cdot 16 = 128 \text{ cm}^2$$

ODPOWIEDŹ:

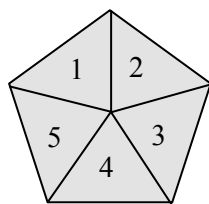
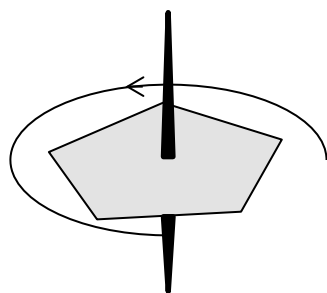
B. 128 cm^2

Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa

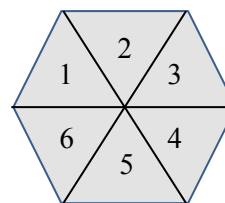
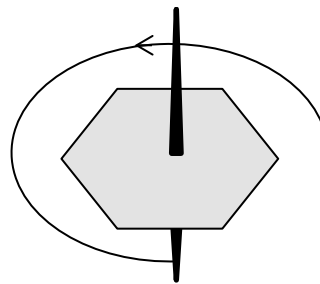
CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 10. (0–1)

Do gry planszowej używane są dwa bączki o kształtach przedstawionych na rysunkach. Każdy bączek po zatrzymaniu na jednym boku wielokąta wskazuje liczbę umieszczoną na jego tarczy. Na rysunku I bączek ma kształt pięciokąta foremnego z zaznaczonymi liczbami od 1 do 5. Na rysunku II bączek ma kształt sześciokąta foremnego z zaznaczonymi liczbami od 1 do 6.



Rysunek I



Rysunek II

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Prawdopodobieństwo otrzymania liczby większej niż 3 na bączku z rysunku I jest większe niż $\frac{1}{2}$.	P	F
Uzyskanie nieparzystej liczby na bączku z rysunku I jest tak samo prawdopodobne, jak uzyskanie nieparzystej liczby na bączku z rysunku II.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Mamy dwa bączki:

- rysunek I – bączek w kształcie pięciokąta (5 boków); liczby: 1, 2, 3, 4, 5
- rysunek II – bączek w kształcie sześciokąta (6 boków); liczby: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Prawdopodobieństwo otrzymania liczby większej niż 3 na bączku z rysunku I jest większe niż $\frac{1}{2}$.

Rysunek I – liczby: 1, 2, 3, 4, 5

Ile liczb > 3 ? → dwie liczby: 4 i 5

$$P = \frac{\text{liczby większe niż 3}}{\text{wszystkie liczby}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Czy to więcej niż $\frac{1}{2}$? Nie! To zdanie jest fałszywe.

Uzyskanie nieparzystej liczby na bączku z rysunku I jest tak samo prawdopodobne, jak uzyskanie nieparzystej liczby na bączku z rysunku II.

Rysunek I – liczby: 1, 2, 3, 4, 5

Nieparzyste: 1, 3, 5 → 3 liczby

$$P = \frac{3}{5}$$

Rysunek II – liczby: 1, 2, 3, 4, 5, 6

Nieparzyste: 1, 3, 5 → 3 liczby

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Czy $\frac{3}{5} = \frac{1}{2}$? Nie! To zdanie również jest fałszywe.

ODPOWIEDŹ:

F, F

CKE **CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021**

Zadanie 9. (0–1)

Na festyn przygotowano loterię, w której było 120 losów, w tym 80 wygrywających. Przed rozpoczęciem festynu dołożono jeszcze 20 losów wygrywających i 20 przegrywających.

Czy prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu wygrywającego w tej loterii zmieniło się po dołożeniu losów? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

A.	Tak,	ponieważ	1.	różnica liczby losów wygrywających i przegrywających po dołożeniu losów jest taka sama jak na początku.
			2.	dołożono tyle samo losów wygrywających co przegrywających.
B.	Nie,		3.	zmienił się stosunek liczby losów wygrywających do liczby wszystkich losów.

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- początkowo: 120 losów, w tym 80 wygrywających
- dodano 40 losów: 20 wygrywających i 20 przegrywających.

Czy zmieniło się prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu wygrywającego?

Obliczamy:

Przed dołożeniem:

$$P_{\text{przed}} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$$

Po dołożeniu:

Dodano po równo:

- $80 + 20 = 100$ wygrywających
- $120 + 40 = 160$ losów ogółem.

$$P_{\text{po}} = \frac{100}{160} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

Sprawdźmy:

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24}; \frac{5}{8} = \frac{15}{24}; \frac{16}{24} > \frac{15}{24}$$

Czyli: prawdopodobieństwo się zmniejszyło.

ODPOWIEDŹ:

A. Tak, ponieważ **3.** zmienił się stosunek liczby losów wygrywających do wszystkich losów.

CKE **CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021**

Zadanie 11. (0–1)

W pewnej loterii wśród 150 losów co szósty był wygrywający, a pozostałe losy były puste. Wyciągnięto 30 losów i żaden z nich nie był wygrywający.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Na loterię przygotowano **A** **B** losów wygrywających.

A. 120

B. 25

Wyciągnięto jeszcze jeden los. Prawdopodobieństwo tego, że będzie to los wygrywający, wynosi **C** **D**.

C. $\frac{25}{120}$

D. $\frac{25}{125}$

ROZWIĄZANIE:

Dane:

- 150 losów, co szósty wygrywający
- wyciągnięto 30 losów – **żaden nie był wygrywający.**

Krok 1 – ile było losów wygrywających?

Co szósty $\rightarrow \frac{150}{6} = 25$ wygrywających losów

ODPOWIEDŹ:

B. 25

Krok 2 – obliczamy prawdopodobieństwo

Po wycięciu 30 pustych losów – zostało 120 losów, w tym dalej 25 wygrywających.

Prawdopodobieństwo, że kolejny los będzie wygrywający:

$$P = \frac{25}{120}$$

ODPOWIEDŹ:

C. $P = \frac{25}{120}$

Odczytywanie danych, elementy statystyki opisowej

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 9. (0–1)

Państwo Nowakowie mają trzy córki i jednego syna. Średnia wieku wszystkich dzieci państwa Nowaków jest równa 10 lat, a średnia wieku wszystkich córek jest równa 8 lat.

Ile lat ma syn państwa Nowaków? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 9

B. 11

C. 12

D. 16

ROZWIĄZANIE:

Państwo Nowakowie mają trzy córki i jednego syna:

- średnia wieku wszystkich 4 dzieci wynosi 10 lat
- średnia wieku samych córek wynosi 8 lat.

Oznaczenia:

- s – wiek syna
- c_1, c_2, c_3 – wiek pierwszej, drugiej i trzeciej córki

Średnia wieku wszystkich dzieci:

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3 + s}{4} = 10 \Rightarrow c_1 + c_2 + c_3 + s = 40$$

Średnia wieku wszystkich córek:

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3}{3} = 8 \Rightarrow c_1 + c_2 + c_3 = 24$$

Obliczenie wieku syna:

$$s = 40 - 24 = 16$$

Wiek syna: 16 lat.

ODPOWIEDŹ:

D. 16

Zadanie 21. (0–3)

Ania postanowiła pojechać autobusem do babci do miejscowości Sokółka. Z domu wyszła o godzinie 8:00, kilka minut czekała na przystanku, a następnie jechała autobusem. Do Sokółki dotarła o godzinie 9:30 i tam na przystanku spotkała się z babcią. Na wykresie w sposób uproszczony przedstawiono zależność prędkości, z jaką poruszała się Ania, od czasu.



Oblicz długość trasy pokonanej przez Anię od wyjścia z domu do chwili spotkania z babcią. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Odcinek	Czas trwania	Prędkość	Obliczenia dystansu
I. marsz do przystanku	8:00–8:10 (10 min)	6 km/h	$s_1 = 6 \cdot \frac{10}{60} = 1 \text{ km}$
II. oczekiwanie	8:10–8:15 (5 min)	0 km/h	$s_2 = 0$
III. jazda autobusem	8:15–9:30 (1 h 15 min = 75 min)	60 km/h	$s_3 = 60 \cdot \frac{75}{60} = 60 \cdot 1,25 = 75 \text{ km}$

Całkowita długość trasy:

$$s_{\text{całk.}} = s_1 + s_2 + s_3 = 1 \text{ km} + 0 \text{ km} + 75 \text{ km} = 76 \text{ km}$$

ODPOWIEDŹ:

Ania pokonała łącznie 76 km od wyjścia z domu do spotkania z babcią.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2019

Zadanie 7. (0–1)

W pewnej firmie zatrudnionych jest więcej niż 10 pracowników. Połowa z nich zarabia po 3000 zł, a druga połowa – po 4000 zł.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Średnia arytmetyczna zarobków w tej firmie jest równa 3500 zł.	P	F
Gdy z pracy w tej firmie zrezygnują dwie osoby, z których jedna zarabia 3000 zł, a druga 4000 zł, to średnia arytmetyczna zarobków się nie zmieni.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Średnia arytmetyczna zarobków w tej firmie jest równa 3500 zł.

Założmy, że w firmie pracuje n osób.

Z treści wynika, że:

$$n > 10$$

- liczba pracowników jest parzysta (bo połowa zarabia 3000 zł, a połowa 4000 zł)
- oznaczmy $n = 2k$ (k osób po 3000 zł i k osób po 4000 zł).

Średnia arytmetyczna zarobków:

$$x = \frac{k \cdot 3000 + k \cdot 4000}{2k} = 3500 \text{ zł}$$

To zdanie jest prawdziwe.

Gdy z pracy zrezygnują dwie osoby (jedna 3000 zł, druga 4000 zł), to średnia arytmetyczna zarobków się nie zmieni.

Czy średnia zmieni się po odejściu dwóch osób?

Odpada jedna osoba z grupy 3000 zł i jedna z grupy 4000 zł.

- nowa liczba pracowników: $n - 2 = 2k - 2 = 2(k-1)$
- nowa suma zarobków:

$$S_{\text{nowe}} = S_{\text{pierwotne}} - (3000 + 4000) = 3500n - 7000 = 3500(n-2)$$

Nowa średnia:

$$x_{\text{nowe}} = \frac{3500(n-2)}{n-2} = 3500$$

Jest dokładnie taka sama jak przedtem.

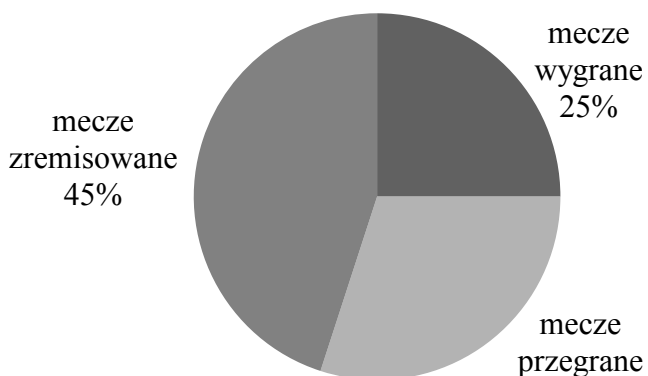
To zdanie jest prawdziwe.

ODPOWIEDŹ:

P, P

Zadanie 16. (0–2)

Na diagramie przedstawiono informacje, jaki procent meczów w ciągu całego sezonu drużyna piłkarska zakończyła wygraną, jaki – przegraną, a jaki – remisem.



W ciągu całego sezonu drużyna wygrała 10 meczów. Ile meczów w sezonie ta drużyna przegrała? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Z diagramu:

- mecze wygrane – 25%
- mecze zremisowane – 45%
- mecze przegrane = $100\% - 25\% - 45\% = 30\%$.

Skoro 25 % wszystkich spotkań to 10 wygranych, to:

$$0,25 \cdot n = 10 \Rightarrow n = \frac{10}{0,25} = 40$$

$n = 40$ – tyle meczów drużyna rozegrała w sezonie.

$$\text{przegrane} = 30\% \cdot 40 = 0,30 \cdot 40 = 12$$

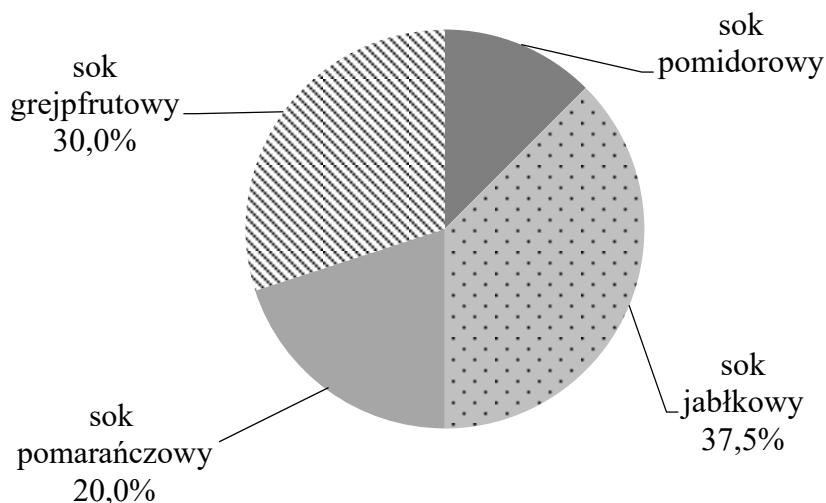
ODPOWIEDŹ:

Drużyna przegrała 12 meczów w ciągu całego sezonu.

CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2020

Zadanie 1. (0–1)

Na diagramie kołowym przedstawiono procentowy udział soków o różnych smakach, które zostały sprzedane podczas festynu. Najmniej sprzedano soku pomidorowego, tylko 15 kartonów, a najwięcej – soku jabłkowego.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Sprzedano łącznie 125 kartonów soków.	P	F
Sprzedano o 30 kartonów więcej soku jabłkowego niż pomidorowego.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – odczyt z diagramu

- sok pomidorowy stanowi $100\% - 30\% - 20\% - 37,5\% = 12,5\%$ sprzedaży (najmniejszy kawałek)
- w treści podano, że tych soków sprzedano 15 kartonów.

Krok 2 – wyznaczenie liczby kartonów przypadających na 1%

$$1\% = \frac{15 \text{ kartonów}}{12,5\%} = \frac{5}{0,125} = 1,2 \text{ kartonu}$$

Krok 3 – obliczenie łącznej liczby kartonów

$$100\% \cdot 1,2 \text{ kartonu} = 120 \text{ kartonów}$$

Sprzedano łącznie 125 kartonów soków.

łącznie sprzedano 120, a nie 125 kartonów \Rightarrow zdanie jest fałszywe.

Sprzedano o 30 kartonów więcej soku jabłkowego niż pomidorowego.

Krok 4 – obliczenie liczby kartonów soku jabłkowego

Udział soku jabłkowego: 37,5%.

$$37,5\% \cdot 120 = 0,375 \cdot 120 = 45 \text{ kartonów}$$

Krok 5 – obliczenie różnicy między sokiem jabłkowym a pomidorowym
 $45 \text{ kartonów (jabłkowy)} - 15 \text{ kartonów (pomidorowy)} = 30 \text{ kartonów}$
 Różnica wynosi dokładnie 30 kartonów \Rightarrow zdanie jest prawdziwe.

ODPOWIEDŹ:

F, P

Zadanie 15. (0–1)

Średnia arytmetyczna dwóch ocen Janka z matematyki jest równa 3,5.

Jaką trzecią ocenę musi uzyskać Janek, by średnia jego ocen była równa 4? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

ROZWIĄZANIE:

W treści zadania czytamy, że średnia arytmetyczna dwóch ocen Janka z matematyki wynosi 3,5. Taki wynik oznacza, iż suma tych dwóch ocen jest równa 7, ponieważ liczbę 3,5 należy pomnożyć przez 2.

Założmy teraz, że x to trzecia ocena, którą Janek otrzyma na kolejnym sprawdzianie. Chcemy, aby średnia trzech ocen osiągnęła wartość 4. Zapisujemy więc równanie:

$$\frac{7+x}{3} = 4$$

Aby pozbyć się mianownika, mnożymy obie strony równania przez 3; w rezultacie otrzymujemy:

$$7 + x = 12$$

Następnie odejmujemy 7 od obu stron równania, dzięki czemu uzyskujemy:

$$x = 5$$

ODPOWIEDŹ:

C. 5

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020

Zadanie 1. (0–1)

Rowerzysta uczestniczył w rajdzie rowerowym. Całą trasę rajdu pokonał w ciągu czterech dni. W tabeli poniżej przedstawiono długości kolejnych etapów trasy, które przebył każdego dnia.

Dzień	Długość kolejnych etapów trasy (w km)
poniedziałek	26
wtorek	27
środa	21
czwartek	31

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

W poniedziałek i wtorek rowerzysta przejechał łącznie A B długości całej trasy rajdu.

A. więcej niż 50%

B. mniej niż 50%

W środę rowerzysta przejechał C D długości całej trasy rajdu.

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{5}$

ROZWIĄZANIE:

Najpierw obliczam całkowitą długość rajdu, dodając odcinki z każdego dnia:

$$26 \text{ km} + 27 \text{ km} + 21 \text{ km} + 31 \text{ km} = 105 \text{ km}$$

Poniedziałek + wtorek

W ciągu pierwszych dwóch dni kolarz przejechał:

$$26 \text{ km} + 27 \text{ km} = 53 \text{ km}$$

Połowa całej trasy to:

$$\frac{1}{2} \cdot 105 \text{ km} = 52,5 \text{ km}$$

Ponieważ $53 \text{ km} > 52,5 \text{ km}$, w poniedziałek i wtorek zawodnik pokonał więcej niż 50 % trasy. Wybieramy odpowiedź A.

Środa

W środę trasa liczyła 21 km. Dzielę tę wartość przez całkowitą długość rajdu:

$$\frac{21}{105} = 0,2 = \frac{1}{5}$$

Zatem w środę cyklista przejechał całej trasy. Wybieramy odpowiedź D.

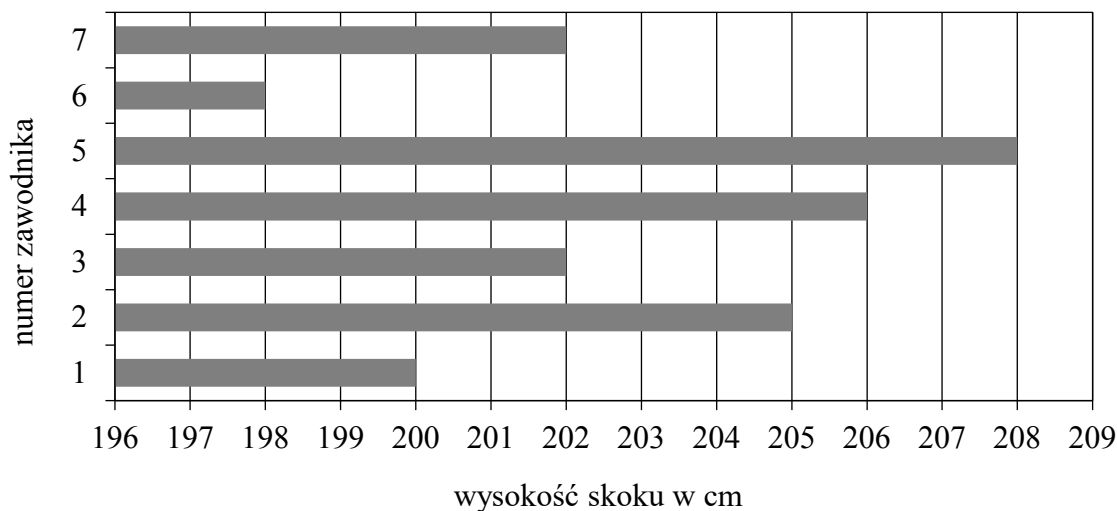
ODPOWIEDZI:

A. więcej niż 50 %

D. $\frac{1}{5}$

Zadanie 8. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wyniki (w centymetrach) uzyskane przez zawodników uczestniczących w finale konkursu skoku wzwyż.



Ilu zawodników uzyskało wynik wyższy od średniej arytmetycznej wyników wszystkich uczestników finału tego konkursu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – pierwszej kolejności obliczamy średnią wyników

Z diagramu możemy odczytać, że zawodnicy (począwszy od pierwszego) skoczyli:
200 cm, 205 cm, 202 cm, 206 cm, 208 cm, 198 cm, 202 cm

Skoro tak, to średnia arytmetyczna wyników tych siedmiu zawodników będzie równa:

$$\bar{x} = \frac{200 + 205 + 202 + 206 + 208 + 198 + 202}{7} = 203 \text{ cm}$$

Krok 2 – ustalenie, ilu zawodników uzyskało wynik wyższy niż średnia.

Wyższy niż 203 cm uzyskali zawodnicy numer 2, 4 oraz 5, zatem są to trzy osoby.

ODPOWIEDŹ:

B. 3

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021

Zadanie 1. (0–1)

W szkole Adama w gazetce szkolnej ukazał się artykuł, dotyczący wyboru przez ósmoklasistów szkoły ponadpodstawowej.



Poniżej zapisano trzy prawdziwe informacje.

- I. Ankietę oddało łącznie 150 uczniów.
- II. W ankiecie wzięli udział wszyscy uczniowie klas ósmych.
- III. Łącznie mniej niż połowa uczniów biorących udział w ankiecie zamierza kontynuować naukę w technikum lub w branżowej szkole.

Które z informacji – I, II, III – wynikają z analizy danych zamieszczonych w treści artykułu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. Tylko I i II.
- B. Tylko I i III.
- C. Tylko II i III.
- D. Wszystkie – I, II i III.

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – sprawdzenie prawdziwości informacji I

Z wykresu widać, że łącznie na liceum, technikum i szkołę branżową wskazało $56\% + 24\% + 16\% = 96\%$ ankietowanych. Zatem niezdecydowani stanowią pozostałe 4% badanych. Wiadomo, że grupa ta liczyła 6 uczniów, co pozwala ułożyć proporcję:

$$4\% \leftrightarrow 6 \text{ osób}$$

$$100\% \leftrightarrow x \text{ osób}$$

$$x = \frac{6 \cdot 100}{4} = 150$$

łącznie w ankiecie wzięło więc udział 150 uczniów, a zatem informacja I jest poprawna.

Krok 2 – sprawdzenie prawdziwości informacji II

Tekst artykułu nie zawiera stwierdzenia, że ankietę wypełnili absolutnie wszyscy ósmoklasiści. Nie ma więc podstaw, by uznać informację II za wynikającą z danych.

Krok 3 – sprawdzenie prawdziwości informacji III

Uczniowie planujący naukę w technikum lub w branżowej szkole I stopnia stanowią razem $24\% + 16\% = 40\%$ badanych. To rzeczywiście mniej niż połowa uczestników ankiety, więc informacja III jest prawdziwa.

Wniosek: z analizy danych przedstawionych w artykule wynikają wyłącznie informacje I oraz III.

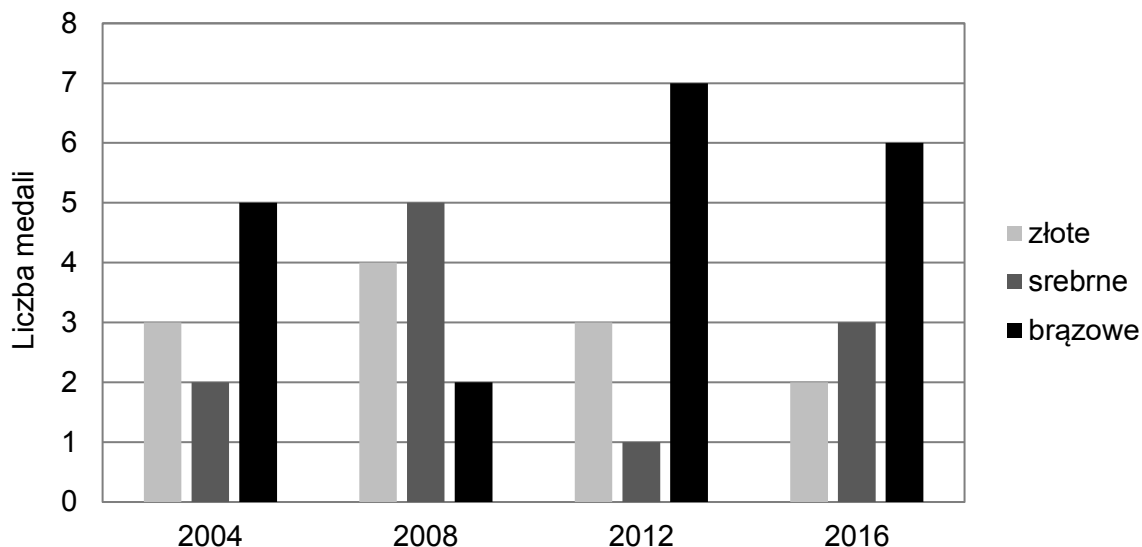
ODPOWIEDŹ:

B. Tylko I i III.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021

Zadanie 1. (0–1)

Na diagramie słupkowym przedstawiono liczby medali zdobytych na czterech letnich igrzyskach olimpijskich przez reprezentację Polski.



Oceń prawdziwość podanych zdań, dotyczących medali zdobytych przez reprezentację Polski podczas letnich igrzysk olimpijskich w latach 2004–2016. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba zdobytych złotych medali stanowi więcej niż jedną trzecią liczby wszystkich zdobytych medali.	P	F
Podczas letnich igrzysk olimpijskich średnio zdobywano 3 złote medale.	P	F

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – sprawdzenie pierwszego zdania

Najpierw policzmy wszystkie zdobyte medale:

$$3 + 2 + 5 + 4 + 5 + 2 + 3 + 1 + 7 + 2 + 3 + 6 = 43$$

Złotych medali było:

$$3 + 4 + 3 + 2 = 12$$

Zatem udział złotych medali w całkowitym dorobku wynosi $\frac{12}{43}$, czyli odrobinę mniej niż $\frac{1}{3}$.

Stwierdzenie, że złote krążki stanowiły co najmniej $\frac{1}{3}$ wszystkich medali, jest fałszywe.

Krok 2 – sprawdzenie drugiego zdania

Wiemy już, że na czterech igrzyskach zdobyto łącznie 12 złotych medali. Średnia liczba złotych medali na jedno igrzyska wynosi więc:

$$\text{średnia} = \frac{12}{4} = 3$$

Drugie stwierdzenie jest więc prawdziwe.

ODPOWIEDŹ:

F, P

Zadanie 10. (0–1)

Ala kupiła trzy zeszyty i blok rysunkowy. Średnia arytmetyczna cen tych czterech artykułów była równa 6 zł. Zeszyty kosztowały łącznie 15 zł.

Ile kosztował blok rysunkowy? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 4 zł

B. 5 zł

C. 8 zł

D. 9 zł

ROZWIĄZANIE:

Średnia cena czterech artykułów wynosi 6 zł, więc łączny koszt to:

$$4 \cdot 6 \text{ zł} = 24 \text{ zł}$$

Trzy zeszyty kosztowały razem 15 zł, więc blok rysunkowy kosztował:

$$24 \text{ zł} - 15 \text{ zł} = 9 \text{ zł}$$

ODPOWIEDŹ:

D. 9 zł

Zadania tekstowe

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, XII 2018

Zadanie 20. (0–3)

W wyborach na przewodniczącego klasy kandydowało troje uczniów: Jacek, Helena i Grzegorz. Każdy uczeń tej klasy oddał jeden ważny głos. Jacek otrzymał 9 głosów, co stanowiło 36% wszystkich głosów. Helena otrzymała o 6 głosów więcej niż Grzegorz. Oblicz, ile głosów otrzymała Helena, a ile – Grzegorz. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Krok 1 – ustalenie liczby wszystkich głosów

Jacek otrzymał 9 głosów, co stanowiło 36% wszystkich głosów.

$$9 = 36\% \cdot x \Rightarrow x = \frac{9}{0,36} = 25$$

W klasie oddano więc 25 ważnych głosów.

Krok 2 – zapis zależności między głosami Heleny i Grzegorza

Oznaczmy liczbę głosów Grzegorza przez g .

W treści podano, że Helena miała o 6 głosów więcej: $h = g + 6$.

Krok 3 – ułożenie równania z sumy głosów

$$9 + (g + 6) + g = 25$$

$$2g + 15 = 25 \Rightarrow 2g = 10 \Rightarrow g = 5$$

Krok 4 – obliczenie głosów Heleny

$$h = g + 6 = 5 + 6 = 11$$

ODPOWIEDŹ:

Helena otrzymała 11 głosów. Grzegorz otrzymał 5 głosów.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2019

Zadanie 18. (0–2)

Adam zamówił bukiet złożony tylko z goździków i róż, w którym goździków było 2 razy więcej niż róż. Jedna róża kosztowała 4 zł, a cena jednego goździka wynosiła 3 zł. Czy wszystkie kwiaty w tym bukiecie mogły kosztować 35 zł? Uzasadnij odpowiedź.

ROZWIĄZANIE:

Oznaczenia:

Niech r będzie liczbą róż w bukiecie. Skoro goździków jest dwa razy więcej, to mamy $2r$ goździków.

Koszt bukietu w zależności od r

- róże: $4 \text{ zł} \cdot r = 4r \text{ zł}$
- goździki: $3 \text{ zł} \cdot 2r = 6r \text{ zł}$

Łącznie bukiet kosztuje $4r + 6r = 10r \text{ zł}$

Bukiet miał kosztować 35 zł, więc:

$$10r = 35 \Rightarrow r = 3,5$$

Liczba kwiatów nie może być ułamkiem – powinna być całkowita. Otrzymany wynik $r = 3,5$ jest sprzeczny z tym wymogiem. Dlatego bukiet, w którym goździków jest dwa razy więcej niż róż, nie mógł mieć wartości 35 zł.

ODPOWIEDŹ:

Wszystkie kwiaty w tym bukiecie nie mogły kosztować 35 zł.

Zadanie 19. (0–3)

Z okazji dnia sportu w godzinach od 9:00 do 12:00 przeprowadzono połowę z wszystkich konkurencji zaplanowanych na cały dzień, a między 12:00 a 14:00 – jeszcze $\frac{1}{3}$ z pozostałych. O godzinie 14:00 z powodu deszczu zakończono zawody. W tym dniu nie przeprowadzono 12 zaplanowanych konkurencji. Ile konkurencji planowano przeprowadzić podczas całego dnia sportu? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Niech n oznacza łączną liczbę konkurencji zaplanowanych na cały dzień zawodów.

Co wydarzyło się do południa?

Od godziny 9:00 do 12:00 przeprowadzono połowę wszystkich konkurencji, czyli $\frac{1}{2}n$.

Pozostało więc również $\frac{1}{2}n$ konkurencji do rozegrania.

Co wydarzyło się między 12:00 a 14:00?

W tym przedziale czasowym zorganizowano jedną trzecią tego, co jeszcze zostało. To znaczy:

$$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}n \right) = \frac{1}{6}n \text{ konkurencji}$$

Podsumowanie dotychczas rozegranych konkurencji:

łącznie przeprowadzono do godziny 14:00:

$$\frac{1}{2}n + \frac{1}{6}n = \frac{2}{3}n$$

Ile konkurencji nie odbyło się do 14:00?

Skoro rozegrane było $\frac{2}{3}n$, to nie rozegrano jeszcze:

$$n - \frac{2}{3}n = \frac{1}{3}n \text{ konkurencji}$$

W treści zadania podano, że ta liczba wynosi 12.

Wyznaczenie n :

$$\frac{1}{3}n = 12$$

$$n = 36$$

ODPOWIEDŹ:

Planowano przeprowadzić 36 konkurencji.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2020

Zadanie 6. (0–1)

Oskar jest o 6 lat starszy od swoich braci bliźniaków. Obecnie Oskar i jego dwaj bracia mają razem 42 lata.

Ile lat ma obecnie każdy z bliźniaków? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 18

B. 16

C. 14

D. 12

ROZWIĄZANIE:

Niech wiek każdego z bliźniaków będzie równy t lat.

Wiek Oskara:

Oskar jest o 6 lat starszy, czyli ma $t + 6$ lat.

Suma:

Łączny wiek trójki to 42 lata, stąd:

$$t + t + (t + 6) = 42$$

Obliczenia:

$$3t + 6 = 42$$

$$3t = 36$$

$$t = 12$$

Każdy z bliźniaków ma 12 lat, a Oskar 18 lat.

ODPOWIEDŹ:

D. 12

Zadanie 16. (0–2)

W tabeli podano cenniki dwóch korporacji taksówkowych. Należność za przejazd składa się z jednorazowej opłaty początkowej i doliczonej do niej opłaty zależnej od długości przejechanej trasy.

	Taxi „Jedynka”	Taxi „Dwójka”
Opłata początkowa	3,20 zł	8,00 zł
Cena za 1 km trasy	3,20 zł	2,40 zł

Pan Jan korzystał z Taxi „Jedynka”, a pan Wojciech – z Taxi „Dwójka”. Obaj panowie pokonali trasę o tej samej długości i zapłacili tyle samo. Ile kilometrów miała trasa, którą przejechał każdy z nich? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Niech x km oznacza długość trasy pokonanej – taką samą dla obu panów.

Koszt kursu w korporacji „Jedynka” (pan Jan):

- opłata startowa: 3,20 zł
- dopłata za każdy kilometr: 3,20 zł.

Łączny rachunek Jana: $3,20 + 3,20 \cdot x$

Koszt kursu w korporacji „Dwójka” (pan Wojciech)

- opłata startowa: 8,00 zł
- dopłata za każdy kilometr: 2,40 zł.

Łączny rachunek Wojciecha: $8 + 2,40 \cdot x$

Równość kosztów i obliczenie x :

Ponieważ obaj zapłacili tyle samo, przyrównujemy wyrażenia:

$$3,20 + 3,20x = 8 + 2,40x$$

Odejmując $2,40x$ z obu stron i przenosząc wyrazy wolne:

$$0,80x = 4,80 \Rightarrow x = 6,0$$

ODPOWIEDŹ:

Obaj klienci przejechali 6 kilometrów.

Zadanie 17. (0–2)

Zmieszano 40 dag rodzynek w cenie 12 zł za kilogram oraz 60 dag pestek dyni w cenie 17 zł za kilogram. Ile kosztuje 1 kilogram tej mieszanki? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Przeliczenie mas na kilogramy:

- rodzynek: 40 dag = 0,4 kg
- pestki dyni: 60 dag = 0,6 kg

(Pamiętaj, że 1 kg to 100 dag).

Wyliczenie kosztu poszczególnych składników:

- Rodzynek: $0,4 \text{ kg} \cdot 12 \text{ zł/kg} = 4,8 \text{ zł}$
- Pestki dyni: $0,6 \text{ kg} \cdot 17 \text{ zł/kg} = 10,2 \text{ zł}$

Suma kosztów i cena mieszanki:

Łączna wartość 1 kg mieszanki (0,4 kg + 0,6 kg) wynosi:

$$4,8 \text{ zł} + 10,2 \text{ zł} = 15 \text{ zł}$$

ODPOWIEDŹ:

Kilogram tej mieszanki kosztuje 15 zł.

CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020

Zadanie 18. (0–2)

W domu kultury zorganizowano konkurs recytatorski. Dla uczestników kupiono nagrody: książki i e-booki. Książki stanowiły $\frac{2}{3}$ liczby kupionych nagród. E-booków było o 8 mniej niż książek. Ile kupiono książek? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Umówmy się, że n oznacza łączną liczbę przyznanych nagród.

Opisz liczbę poszczególnych nagród:

książki stanowiły $\frac{2}{3}$ wszystkich nagród, a więc było ich: $\frac{2}{3}n$

e-booków było o 8 sztuk mniej niż książek, czyli: $\frac{2}{3}n - 8$.

Ułóż równanie sumy nagród:

książki i e-booki razem dają pełną pulę nagród: $\frac{2}{3}n + \left(\frac{2}{3}n - 8\right) = n$

Rozwiąż równanie:

$$\frac{4}{3}n - 8 = n$$

$$\frac{1}{3}n = 8$$

$$n = 24$$

Oblicz liczbę książek:

$$\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$$

ODPOWIEDŹ:

Kupiono 16 książek.

Zadanie 20. (0–3)

Boisko szkolne ma kształt prostokąta o wymiarach 46 m i 30 m. Postanowiono posiać na nim trawę. Do obsiania 40 m^2 powierzchni jest potrzebny jeden kilogram nasion trawy. Nasiona trawy są sprzedawane tylko w 10-kilogramowych workach, po 163 zł za jeden worek. Oblicz koszt zakupu nasion trawy potrzebnych do obsiania tego boiska. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Powierzchnia boiska:

Boisko ma wymiary $46 \text{ m} \times 30 \text{ m}$, więc jego pole wynosi:

$$46 \text{ m} \cdot 30 \text{ m} = 1380 \text{ m}^2$$

Ile kilogramów nasion trzeba kupić?

Z opisu wynika, że 1 kg nasion wystarcza na 40 m^2 .

$$1380 \text{ m}^2 : 40 \text{ m}^2/\text{kg} = 34,5 \text{ kg}$$

Nasiona sprzedaje się w workach po 10 kg.

Potrzeba zatem 4 worki (ponieważ 3 worki to za mało, a części worka nie można kupić).

Cena jednego worka to 163 zł.

$$4 \cdot 163 \text{ zł} = 652 \text{ zł}$$

ODPOWIEDŹ:

Należy kupić 4 worki nasion za łączną kwotę 652 zł.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021

Zadanie 16. (0–2)

Pewną kwotę rozdzielono na trzy nagrody pieniężne. Marcin dostał 2 razy więcej pieniędzy niż Jędrzek, a Kamil 2 razy mniej niż Jędrzek. Uzasadnij, że Kamil otrzymał $\frac{1}{7}$ tej kwoty.

ROZWIĄZANIE:

Niech k zł to suma, którą otrzymał Kamil.

Kwoty pozostałych chłopców:

- Jędrzek dostał dwukrotność tej kwoty, czyli $2k$ zł.
- Marcin otrzymał dwa razy więcej niż Jędrzek, zatem $4k$ zł.

Całkowita suma wręczonych pieniędzy to:

$$k + 2k + 4k = 7k \text{ zł}$$

Udział Kamila w całej kwocie wynosi

$$\frac{k}{7k} = \frac{1}{7}$$

ODPOWIEDŹ:

Kamil otrzymał $\frac{1}{7}$ całej puli nagród.

Zadanie 18. (0–2)

W kwaciarni było trzy razy więcej czerwonych róż niż białych. Pan Nowak kupił 40 czerwonych róż i wtedy w kwaciarni zostało dwa razy więcej białych róż niż czerwonych. Ile białych róż było w kwaciarni? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Niech w oznacza liczbę białych róż w kwaciarni przed zakupem.

Ile było czerwonych róż na początku?

- czerwonych było trzy razy więcej, czyli $3w$.

Co stało się po zakupie?

- pan Nowak kupił 40 czerwonych róż, więc zostało $3w - 40$ czerwonych
- liczba białych róż nie zmieniła się i nadal wynosi w .

Warunek po zakupie:

- po transakcji białych róż było dwa razy więcej niż czerwonych:

$$w = 2(3w - 40)$$

Rozwiąż równanie:

$$w = 6w - 80 \Rightarrow 5w = 80 \Rightarrow w = 16$$

ODPOWIEDŹ:

W kwaciarni było 16 białych róż.

CKE CKE ZADANIA Z EGZAMINU, V 2021

Zadanie 18. (0–2)

Ania chciała kupić 10 jednakowych puszek karmy dla psa, ale zabrakło jej 11 złotych. Kupiła 6 takich puszek karmy i zostało jej 3,40 złotych. Ile kosztuje jedna puszka karmy? Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:

Niech p (w zł) – cena jednej puszki karmy.

Ile pieniędzy miała Ania?

Za 6 puszek zapłaciła $6p$ i zostało jej 3,40 zł, więc jej początkowa kwota wynosiła: $M = 6p + 3,40$

Co oznacza brakujące 11 zł przy 10 puszkach?

- Dziesięć puszek kosztowałyby $10p$.
- Zabrakło jej 11 zł, czyli potrzebowała jeszcze 11 zł ponad to, co miała: $10p = M + 11$

Podstawienie M z kroku 2 do równania z kroku 3:

$$10p = (6p + 3,40) + 11$$

Rozwiązanie równania:

$$10p = 6p + 14,40 \Rightarrow 4p = 14,40 \Rightarrow p = 3,60$$

ODPOWIEDŹ:

Cena jednej puszki karmy wynosi 3,60 zł.